

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Київський національний університет будівництва і архітектури**

# **МЕТРОЛОГІЯ ТА СТАНДАРТИЗАЦІЯ**

**Методичні вказівки**

**Частина - I**

до виконання індивідуальної роботи  
для здобувачів першого (бакалаврського) освітнього рівня  
спеціальностей

192 «Будівництво та цивільна інженерія»  
освітня програма «Водопостачання та водовідведення»  
194 «Гідротехнічне будівництво, водна інженерія та водні технології»

Київ 2024

УДК 628.1

X46

Укладач Ю. Д. Копаниця, канд. техн. наук, доцент

Рецензент О. В. Терновцев, канд. техн. наук, доцент

Відповідальний за випуск В. П. Хоружий, д-р техн. наук,  
професор

*Затверджено на засіданні кафедри водопостачання та  
водовідведення, протокол №8 від 25 березня 2024 року*

В авторській редакції.

X46     **Метрологія** та стандартизація: методичні вказівки до виконання  
індивідуальної роботи. Частина-I / уклад. Аргатенко Т. В. – Київ :  
КНУБА, 2024. – 56 с.

Подано теоретичний матеріал, методики та приклади визначення базових статистик в комп'ютерних програмах MS Excel, CAS MAXIMA, R, RStudio для визначення надійного інтервалу при заданій довірчій ймовірності для вибірки даних із нормальним розподілом. Представлена методика визначення необхідної кількості вимірів.

Призначено для здобувачів першого (бакалаврського) освітнього рівня спеціальностей 192 «Будівництво та цивільна інженерія» освітня програма «Водопостачання та водовідведення» та 194 «Гідротехнічне будівництво, водна інженерія та водні технології».

Методичні рекомендації до вивчення курсу та виконання індивідуальних завдань з дисципліни «Метрологія, стандартизація» для студентів спеціальності 7.092602 «Водопостачання, водовідведення, раціональне використання та охорона водних ресурсів». / Укладачі Ю.Д.Копаниця, В.Ф.Малько - К.: КДТУБА, 1998р., - 56 стор.

### Навчальне видання

Методичні рекомендації до вивчення курсу та виконання індивідуальних завдань з дисципліни «Метрологія, стандартизація».

Рецензент - І.Т.Прокопчук, канд. техн. наук, доцент

Відповідальний за випуск - Ю.М.Константинов

Підп. до друку 08.04.98.  
Обл.-вид.арк. 2,5  
Тираж 70

Формат 60 x 84 1/16  
Замовлення № 245

### ЗМІСТ

|                                                                                |           |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО СКЛАД МЕТОДИЧНИХ РЕКОМЕНДАЦІЙ</b>                 | <b>4</b>  |
| <b>2. ЗАГАЛЬНИЙ УЧБОВИЙ КУРС «МЕТРОЛОГІЯ, СТАНДАРТИЗАЦІЯ» (ЧАСТИНА А)</b>      | <b>5</b>  |
| 2.1 Основи управління якістю продукції у водопостачанні і водовідведенні       | 5         |
| 2.1.1 Основні завдання систем водопостачання і водовідведення                  | 5         |
| 2.1.2 Продукція систем ВП і ВВ                                                 | 5         |
| 2.1.3 Якісні вимоги до продукції ВП і ВВ                                       | 5         |
| 2.1.4 Загальна класифікація показників для оцінки якості продукції у ВП і ВВ   | 6         |
| 2.1.5 Фактори, що впливають на якість продукції у ВП і ВВ                      | 6         |
| 2.1.6 Схема організації управління якістю продукції у ВП і ВВ                  | 6         |
| 2.2 Основи СТАНДАРТИЗАЦІЇ В СИСТЕМАХ ВОДОПОСТАЧАННЯ І ВОДОВІДВЕННЯ             | 7         |
| 2.2.1 Суть та практичне втілення стандартизації                                | 7         |
| 2.2.2 Принципи стандартизації                                                  | 7         |
| 2.2.3 Підстави та методи стандартизації                                        | 7         |
| 2.2.4 Державний комплекс НТД України                                           | 9         |
| 2.2.5 Основні напрямки стандартизації у ВП і ВВ                                | 9         |
| 2.3 МЕТРОЛОГІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ФУНКЦІОНУВАННЯ СИСТЕМ ВП І ВВ                    | 10        |
| 2.3.1 Основи метрології                                                        | 10        |
| 2.3.2 Вимірювання фізичних величин                                             | 10        |
| 2.3.3 Погрешність вимірювань                                                   | 12        |
| 2.3.4 Принципи організації метрологічної служби України                        | 13        |
| 2.3.5 Прикладна метрологія в системах ВП і ВВ                                  | 14        |
| <b>3. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЗАКОНІВ РОЗПОДІЛУ ВИПАДКОВИХ ПОХИБОК ВИМІРЮВАНЬ</b>    | <b>16</b> |
| 3.1 Класифікація помилок вимірювань                                            | 17        |
| 3.2 Теоретичні закони розподілу випадкових похибок                             | 17        |
| 3.3 Закон нормального розподілу ймовірностей та властивості випадкових величин | 18        |
| 3.4 Показники точності вимірювань                                              | 21        |
| 3.5 Середні значення і їхні оцінки; перевірка гіпотез                          | 22        |
| 3.5.1 Теоретичні середні (моменти розподілу)                                   | 22        |
| 3.5.2 Основні формули                                                          | 22        |
| 3.5.3 Оцінки істинного значення вимірюваної величини                           | 23        |
| 3.5.4 Необхідна кількість вимірювань                                           | 26        |
| 3.5.5 Таблиці визначення статистичних оцінок                                   | 27        |
| <b>4. ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ДО РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ (ЧАСТИНА Б)</b>  | <b>30</b> |
| 4.1 Завдання 1 «Клас точності засобів вимірювання»                             | 30        |
| 4.1.1 Задача №1                                                                | 30        |
| 4.1.2 Задача №2                                                                | 33        |
| 4.2 Завдання 2 «Управління якістю очищення води»                               | 34        |
| 4.2.1 Рекомендації щодо розв'язання завдання 2                                 | 35        |
| 4.2.2 Приклад виконання завдання 2                                             | 36        |
| 4.3 Завдання 3 «Визначення статистичних оцінок»                                | 40        |
| 4.3.1 Алгоритм визначення статистичних оцінок результатів виміру               | 40        |
| 4.3.2 Визначення статистичних оцінок результатів виміру                        | 41        |
| 4.3.3 Визначення необхідної кількості вимірювань                               | 44        |
| 4.4 Вихідні дані до розрахунково-графічної роботи                              | 47        |
| <b>ЛІТЕРАТУРА</b>                                                              | <b>56</b> |



## 1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО СКЛАД МЕТОДИЧНИХ РЕКОМЕНДАЦІЙ

Ці методичні вказівки складаються з двох частин:

- частина А - про вивчення теоретичних розділів курсу;
- частина Б - про виконання індивідуальних завдань.

Частина А вміщує загальну інформацію про основні теоретичні розділи загального навчального курсу:

- основи управління якістю продукції у водопостачанні і водовідведенні;
- основи стандартизації в системах водопостачання і водовідведення;
- метрологічне забезпечення функціонування систем водопостачання і водовідведення;
- теоретичні основи законів розподілу випадкових похибок.

Частина Б складається із змісту індивідуальних завдань з метрології та управління якістю продукції у водопостачанні і водовідведенні, вихідних даних до завдань розрахунково-графічної роботи, методичних рекомендацій та допоміжної інформації, які дозволять студентам виконати індивідуальні завдання.

## 2. ЗАГАЛЬНИЙ НАВЧАЛЬНИЙ КУРС «МЕТРОЛОГІЯ, СТАНДАРТИЗАЦІЯ» (ЧАСТИНА А)

### 2.1 Основи управління якістю продукції у водопостачанні і водовідведенні

#### 2.1.1 Основні завдання систем водопостачання і водовідведення

Водопостачання (ВП) - забезпечує різні категорії споживачів водою відповідної якості у відповідній кількості і у відповідному режимі споживання.

Водовідведення (ВВ)- забезпечує своєчасне відведення забруднених комунальних, промислових та дощових стічних вод (СВ) від об'єктів їх утворення; запобігає забрудненню цими СВ навколишнього природного середовища; забезпечує, в разі можливості і необхідності, повторне включення очищених СВ в комунальний, промисловий або сільськогосподарський водообіг.

#### 2.1.2 Продукція систем ВП і ВВ

Для ВП і ВВ термін «продукція» означає послугу, що складається з таких елементів:

для ВП

- забір води із природних джерел;
- очищення та кондиціювання води;
- зберігання запасів води;
- транспортування води від місць зберігання до місць споживання;
- розподіл води між споживачами;

для ВВ

- збирання різних категорій СВ в місцях їх утворення;
- транспортування СВ від місць утворення до місць переробки;
- вилучення із СВ забруднень та їх знешкодження;
- повернення очищених СВ до природного водообігу, або до повторного використання.

#### 2.1.3 Якісні вимоги до продукції ВП і ВВ

Для ВП: відповідність

- фізико-хімічних та бактеріологічних показників води вимогам її використання різними категоріями споживачів;
- кількості та регулярності подачі води режимом її використання споживачами.

Для ВВ: відповідність

- транспортуючих можливостей мереж та споруд водовідведення режимом утворення СВ різних категорій;
- фізико-хімічних та бактеріологічних показників очищених СВ нормативам для їх повернення до природного водообігу, або до повторного використання;
- фізико-хімічних та бактеріологічних показників вилучених та знешкоджених забруднень вимогам екологічної безпеки природного середовища.



#### 2.1.4 Загальна класифікація показників для оцінки якості продукції у ВП і ВВ

1 група: показники споживчої вартості системи.

2 група: показники технологічної ефективності системи.

Показники 1 групи:

для ВП

- фізико-хімічні та бактеріологічні показники води різного призначення;
- витрата і тиск води в розподільчих мережах за часом споживання;

для ВВ

- потенційна пропускна спроможність по відношенню до фактичних витрат СВ на ділянках мереж ВВ.

Показники 2 групи:

для ВП

- технологічні параметри ефективності роботи водопровідних споруд за технологічним ланцюжком від водозабору до розподільчої мережі;

для ВВ

- напірно-витратні характеристики каналізаційних насосних станцій різного призначення;
- фізико-хімічні та бактеріологічні показники неочищених і очищених СВ і відходів, що утворюються внаслідок роботи очисних споруд;
- показники самоочищувальної спроможності природних екосистем - приймальників очищених СВ.

#### 2.1.5 Фактори, що впливають на якість продукції у ВП і ВВ

На якість продукції у ВП і ВВ впливають:

- загальний рівень розвитку науки, техніки і технології в галузі ВП і ВВ;
- якість робіт по проектуванню і будівництву систем ВП і ВВ;
- рівень кваліфікації обслуговуючого персоналу;
- наявність необхідних матеріалів, обладнання, енергоресурсів;
- рівень організації праці, впровадження прогресивних методів роботи;
- соціальна захищеність працівників в системах ВП і ВВ.

#### 2.1.6 Схема організації управління якістю продукції у ВП і ВВ

Міжнародні стандарти ISO (Міжнародної організації із стандартизації) серії 9000 встановили 11 стадій життєвого циклу виробів (див. [1] стр.242).

Стосовно до продукції систем ВП і ВВ цю схему можна трансформувати наступним чином:

- 1 (м) Наукові дослідження в галузі ВП і ВВ.
- 2 (мс) Проектування систем ВП і ВВ.
- 3 (мс) Будівництво мереж і споруд ВП і ВВ.

4 (м) Налагодження систем ВП і ВВ та перевірка їх роботи в реальних умовах експлуатації.

5 (мс) Поточна експлуатація систем ВП і ВВ та контроль якості послуг.

6 (м) Поточний та капітальний ремонт систем ВП і ВВ.

7 Аналіз позитивних та негативних наслідків експлуатації систем ВП і ВВ.

8 -1.(м) Розробка прогресивних науково-технічних та проектних рішень для підвищення продуктивності і ефективності роботи систем ВП і ВВ.

Всі вищезгадані етапи управління якістю продукції систем ВП і ВВ здійснюються при обов'язковому дотриманні норм *стандартизації* (с) та з допомогою засобів *метрології* (м).

#### 2.2 Основи стандартизації в системах водопостачання і водовідведення

##### 2.2.1 Суть та практичне втілення стандартизації

Стандартизація «С» - інженерно-технічна діяльність по розробці нормативних правил в різних галузях господарювання.

Основна мета «С» - оптимальне впорядкування об'єктів стандартизації (готової продукції, процедур її розробки, процесів її виробництва, правил її використання).

Практичне втілення «С» реалізується через систему нормативно-технічних документів (НТД), основними з яких є стандарти, технічні умови, норми та правила, типові проекти, нормативні довідники, технічно-технологічна документація виробництва.

*Стандарт* - різновид НТД, розроблений на підставі сучасних досягнень науки і техніки, який:

- встановлює комплекс норм, правил, вимог до об'єкта стандартизації;
- затверджений, або визнаний відповідними структурами систем Держстандарту України.

##### 2.2.2 Принципи стандартизації:

- обов'язковість виконання;
- плановість;
- перспективність;
- динамічність та ефективність;
- комплексність та системність.

(Детально про принципи «С» див. [2] стр.239-244).

##### 2.2.3 Підстави та методи стандартизації

Стандартизація забезпечує для всіх об'єктів наявність таких властивостей, як взаємозамінність та спеціалізація.

*Взаємозамінність* реалізується як можливість для кожного виробу бути в разі потреби вилученим із певної системи і заміненим іншим подібним виробом.



*Спеціалізація* характеризується як можливість виготовлення певної продукції (виробів) на спеціально пристосованих (спеціалізованих) виробництвах.

Взаємозамінність може бути повною, неповною, зовнішньою, внутрішньою (див. [2] стор. 256-259).

Спеціалізація може бути предметною (або об'єктною), подетальною, технологічною (див. [2] стор. 258-259).

Для забезпечення наявності у всіх об'єктів стандартизації вищеназаних властивостей використовують такі основні методи «С»:

- уніфікація;
- агрегування;
- типізація.

*Уніфікація* - раціональне скорочення видів, типів, розмірів виробів однакового функціонального призначення.

Основні різновиди уніфікації:

- типорозмірна;
- внутрішньо типова;
- міжтипова (див. [2] стр. 251-252).

Приклад типорозмірної уніфікації:

- ряд уніфікованих діаметрів водогазопровідних труб ( $d_y$ , мм 8; 10; 15; 20; 25; 32; 40; 50 ...).

Приклад внутрішньотипової уніфікації:

- матеріал безнапірних каналізаційних труб однакового діаметра (чавунні; керамічні; азбоцементні; бетонні).

Приклад міжтипової уніфікації:

- уніфіковані елементи єдиної системи забезпечення аеротенка повітрям (труби; фасонні частини; арматура; компресори; вимірювально-контрольні засоби).

*Агрегування* - створення складних конструкцій із окремих уніфікованих вузлів на базі взаємозамінності.

Приклад: конструювання мулозискрібачів для збирання осаду в радіальних відстійниках різних діаметрів. До складу цього агрегату входять:

- стандартні трубчасті елементи;
- скребки стандартних типорозмірів;
- стандартний рейковий, або пневмошпинний привід із стандартним двигуном.

(Більш детально про агрегування див. [2] стр. 253-254).

*Типізація* (метод базових конструкцій), суть якої полягає в тому, що для певного функціонального призначення підбирається об'єкт:

- заздалегідь розроблений,
- заздалегідь сконструйований;

- перевірений в реальних умовах експлуатації (це є т. зв. «базова конструкція»), який для даних особливих умов застосування потребує тільки часткової зміни, уточнення, підгонки.

(Детально про типізацію див. [2] стр. 254-256).

Типізація реалізується по трьом основним напрямкам:

- технологічні процеси (наприклад, знезараження води);
- конструкції (наприклад, альбоми типових проектів очисних споруд водовідведення);
- нормативно-технічні документи, методики (наприклад, Будівельні норми і правила; Методики аналізу природних і стічних вод).

## 2.2.4 Державний комплекс НТД України

Складається з чотирьох основних категорій стандартів:

- обов'язкові до виконання за юридичним статусом;
- необов'язкові, але рекомендовані за економічними показниками;
- диспозитивні, або узгоджені між виробником і споживачем;
- змішані (за трьома попередніми категоріями).

За номенклатурою розробників стандарти діляться на три групи:

- державні (Держстандарт, Мінінвестбуд, Міністерство охорони здоров'я, Мінекобезпеки);
- регіональні (обласні органи стандартизації); діють в межах регіону;
- міжнародні, розроблені ISO (Міжнародним комітетом стандартизації); міждержавні (для країн СНД), які визнані органами Держстандарту України.

## 2.2.5 Основні напрямки стандартизації у ВП і ВВ

У ВП і ВВ стандартами охоплено 6 груп нормативів, пов'язаних з дослідженням, проектуванням, будівництвом та експлуатацією систем:

- 1) Якісні характеристики
  - природної води
  - питної води
  - технічної води
  - стічної води, дозволеної до скидання в міські мережі ВВ
  - очищеної стічної води, дозволеної до скидання в природний водообіг.
- 2) Методики визначення показників якості природної, питної, технічної та стічної води, осадів, активного мулу, газової фази зброджування.
- 3) Нормативи витрат води на побутово-комунальні потреби населення, технологічні потреби ППР та відповідні норми утворення стічних вод.
- 4) Швидкісно-тисневі показники та наповнюваність розподільчих мереж водопостачання і збірних мереж водовідведення.
- 5) Якісні техніко-технологічні показники матеріалів і обладнання, які використовуються при будівництві, експлуатації і ремонті мереж та об'єктів систем ВП і ВВ.
- 6) Норми розрахунків, проектування та будівництва інженерних мереж і споруд систем ВП і ВВ.



## 2.3 Метрологічне забезпечення функціонування систем ВП і ВВ

### 2.3.1 Основи метрології

Метрологія (М) - наука про вимірювання, забезпечення єдності вимірювань, досягнення точності вимірювань.

«М» вивчає вимірювання фізичних величин (ФВ).

«ФВ» - така характеристика властивостей фізичного об'єкту, яка є загальною для багатьох об'єктів в якісному відношенні і індивідуальною для окремого об'єкту в кількісному відношенні.

Сукупність пов'язаних між собою «ФВ», одні з яких є незалежними (основними), а інші залежними (похідними), називається системою «ФВ».

Визнаною в наш час ISO є система «SI», назва якої позначається аббревіатурою:

$LMTI\Theta NJ$  ( $L$ -довжина,  $M$ -маса,  $T$ -час,  $I$ -сила струму,  $\Theta$ -температура,  $N$ -кількість речовини,  $J$ -сила світла).

Розмірність «ФВ» ( $\dim X$ ) виражається у формі степеневого одночлену типу:

$$\dim X = L^l * M^m * T^t * \dots * J^j$$

Приклад: напруга електричного поля  $U$  характеризується роботою  $P$ , що потрібна для переносу в цьому полі електричного заряду  $C$ :

$$U = P/C; P = L * F(\text{сила}); F = M * L * T^{-2};$$

$$P = M * L^2 * T^{-2}; C = T * I;$$

$$\dim U = M * L^2 * T^{-2} / T * I = M * L^2 * T^{-3} * I^{-1}.$$

Основні одиниці «ФВ» системи «SI»:

м, кг, с, А, К, моль, Кд.

Приклад: одиниця напруги електричного поля:

$$V = \text{кг} * \text{м}^2 * \text{с}^{-3} * \text{А}^{-1}.$$

### 2.3.2 Вимірювання фізичних величин

Вимірювання фізичних величин «ФВ» - сукупність операцій по порівнянню вимірюваної величини з її одиницею за допомогою засобу вимірювання (ЗВ) для отримання дійсного значення ФВ.

Вимірювання можуть бути:

- рівноточними і нерівноточними;
- однократними і багатократними;
- статичними і динамічними;
- технічними і метрологічними;
- абсолютними і відносними;
- прямими і непрямыми.

Вимірювальна задача: перелік процедур та спеціальних умов отримання значень вимірюваної «ФВ» з необхідною точністю в конкретних умовах.

Приклад: Для поданої схеми водоочисної станції у визначених пунктах (перелік) з визначеним інтервалом (час) отримати значення (параметри) з погрішністю (діапазон), для чого розташувати (кількість та різновид «ЗВ») та використати для фіксування, передачі та запису інформації (елементи комунікаційної мережі).

Об'єкт вимірювань: фізична система, що характеризується сукупністю вимірювальних «ФВ».

Область вимірювань: галузь науки, техніки, технології, що відрізняється певною специфікою за сукупністю вимірюваних «ФВ».

Приклад: механічні, магнітні, акустичні, або будівельні, екологічні, медичні вимірювання.

Вид вимірювань: частина області вимірювань, що відрізняється однорідністю вимірюваних «ФВ».

Приклад: а) для області електричних вимірювань

вид - вимірювання опору, напруги, сили струму.

б) для екологічних вимірювань

вид - вимірювання концентрації забруднень, швидкості їх переносу за течією річки.

Принцип вимірювань: фізичне явище, яке лежить в основі дії засобу вимірювань.

Приклад: закон Нернста при визначенні рН розчину; закон Бугера-Ламберта при визначенні забарвлення розчину.

Метод вимірювань: сукупність прийомів, що відповідають принципу вимірювань.

Приклад: метод контакту електродів із середовищем розчину при вимірюванні рН.

#### Засоби вимірювання

Технічні засоби, що мають нормовані метрологічні характеристики (діапазон вимірювань, клас точності і т.п.) і здатні зберігати або відтворювати одиницю «ФВ» незмінною на протязі часу вимірювань.

Класифікація «ЗВ»:



- робочі та метрологічні;
- основні та допоміжні;
- прилади та установки;
- системи та комплекси.

Вимірюючі прилади за класифікацією:

- показуючі,
- реєструючі,
- підсумовуючі,
- інтегруючі.

### 2.3.3 Погрішність вимірювань

Відхилення ( $\Delta X_{\text{вим}}$ ) результату вимірювань ( $X_{\text{вим}}$ ) від справжнього значення ( $X_{\text{сп}}$ ) вимірюваної величини:

$$\Delta X_{\text{вим}} = X_{\text{вим}} - X_{\text{сп}}.$$

Класифікація погрішності вимірювання «ПВ»:

- систематичні та випадкові;
- абсолютні та відносні;
- середні арифметичні та квадратичні;
- статичні та динамічні.

За причиною виникнення «ПВ» діляться на:

- інструментальні;
- теоретичні;
- суб'єктивні;
- погрішності умов вимірювання.

Середня арифметична «ПВ» ( $r$ ):

$$r = \left( \sum_{i=1}^n |X_i - \bar{X}| \right) / n,$$

де  $X_i$  - результат  $i$ -го вимірювання,

$\bar{X}$  - середня арифметична із  $n$  виміряних значень «ФВ».

Середня квадратична «ПВ» ( $S$ ):

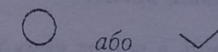
$$S = \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \right] / (n-1)}.$$

Клас точності «ЗВ» - узагальнена характеристика «ЗВ», що визначає ступінь правильності його показань за можливим найбільшим відхиленням від справжнього значення вимірюваного параметра.

Найчастіше позначається арабськими цифрами за рядом:

(1; 1.5; 1.6; 2; 2.5; 3; 4; 5; 6)  $\times 10^n$ , де  $n=1; 0; -1; -2$ ; і т.д.

з можливим додаванням спеціальних умовних знаків:



Якщо  $Y$  - показання приладу;

$\Delta Y$  - розраховане через клас точності максимальне можливе відхилення  $Y$  від справжнього значення вимірюваного параметра;

$Z$  - діапазон дійсного значення вимірюваної величини,

тоді

$$(Y - |\Delta Y|) \leq Z \leq (Y + |\Delta Y|).$$

Еталони (Е) одиниць «ФВ»: засоби вимірювання, які призначені для відтворення і зберігання одиниці «ФВ» та передачі її розміру нижчерозташованим за схемою повірок засобам вимірювання.

Класифікація «Е»: первинні; державні; вторинні; Е-свідки; Е-копії; робочі; вихідні.

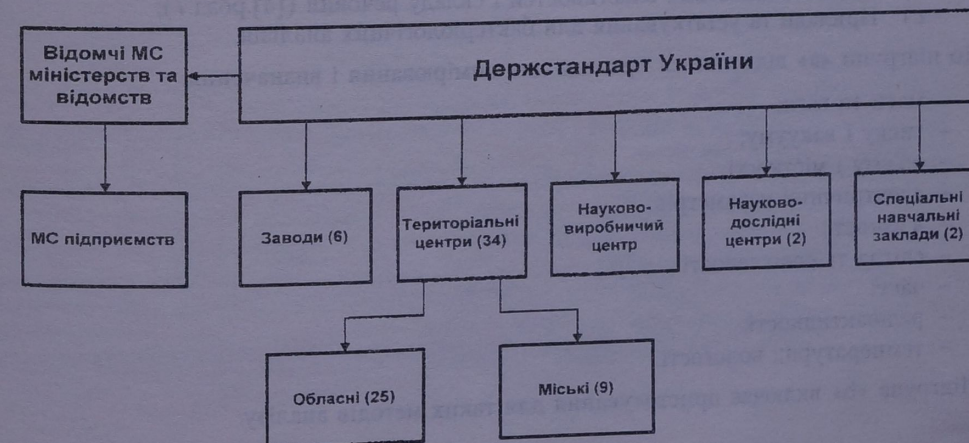
### 2.3.4 Принципи організації метрологічної служби України

Метрологічна служба (МС) - мережа організацій, на які покладено відповідальність за метрологічне забезпечення вимірювань.

Класифікація «МС»: державна, відомча, МС підприємства (організацій).

Державна «МС» - несе відповідальність за метрологічне забезпечення вимірювань на Україні на міжгалузевому рівні та за організацію відомчих МС.

Структура Державної «МС» України





Відомчі «МС» - несуть відповідальність за метрологічне забезпечення при розробці, виготовленні, випробуванні та експлуатації продукції на підприємствах і в організаціях даного відомства.

Метрологічна експертиза: аналіз та оцінка оптимальності технічних рішень з точки зору метрологічних норм, правил, вимог.

Міжнародні метрологічні організації, в роботі яких приймає участь Україна:

- Міждержавна Рада з метрології, стандартизації та сертифікації для країн СНД;
- Міжнародне бюро (комітет) мір та ваги;
- Генеральна конференція з мір та ваги;
- Міжнародна організація законодавчої метрології;
- Міжнародна конференція з вимірювальної техніки.

### 2.3.5 Прикладна метрологія в системах ВП і ВВ

Класифікація «ЗВ» в системах ВП і ВВ (дві групи за призначенням):

- 1) Прилади, що входять до складу стаціонарних та пересувних фізико-хімічних і бактеріологічних лабораторій.
- 2) Переважно лінійні прилади, що контролюють стан роботи мереж і споруд ВП і ВВ.

До першої групи відносяться прилади якісного та кількісного аналізу домішок і забруднень природної, технічної, питної води, забрудненої та очищеної стічної води, осадів, біоценозів природних водних об'єктів та каналізаційних очисних споруд, технологічної оцінки роботи очисних споруд ВП і ВВ.

До другої групи відносяться прилади для оцінки витратно-напірних характеристик на внутрішніх, розподільчих та магістральних мережах, насосних, повітродувних станціях, очисних спорудах та об'єктах систем ВП і ВВ.

Класифікація «ЗВ» першої групи (3 підгрупи за методами та об'єктами вимірювань)

- а) «ЗВ» фізичних величин ([4].розд.6);
- б) Засоби визначення властивостей і складу речовин ([4].розд.7);
- с) Прилади та устаткування для бактеріологічних аналізів.

До підгрупи «а» відносяться прилади для вимірювання і визначення:

- маси та ваги;
- тиску і вакууму;
- об'єму і місткості;
- електричних параметрів;
- в'язкості;
- світла та освітленості;
- часу;
- радіоактивності;
- температури; вологості.

Підгрупа «б» включає пристосування для таких методів аналізу:

- оптичного;
- спектрального, рентгеноспектрального, радіоспектрального;
- рентгеноструктурного;
- хроматографічного;
- електрохімічного.

До підгрупи «с» можна віднести:

- чашки Петрі;
- автоклави;
- термостати;
- мікроскопи;
- газоаналізатори;
- мембранні фільтри;
- камери Кольквітца.



### 3. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЗАКОНІВ РОЗПОДІЛУ ВИПАДКОВИХ ПОХИБОК ВИМІРЮВАНЬ

#### ВСТУП

Загальна структура питань теоретичних основ розподілу випадкових величин і визначення статистичних оцінок похибок вимірювання формули наведена на рисунку 3.1.

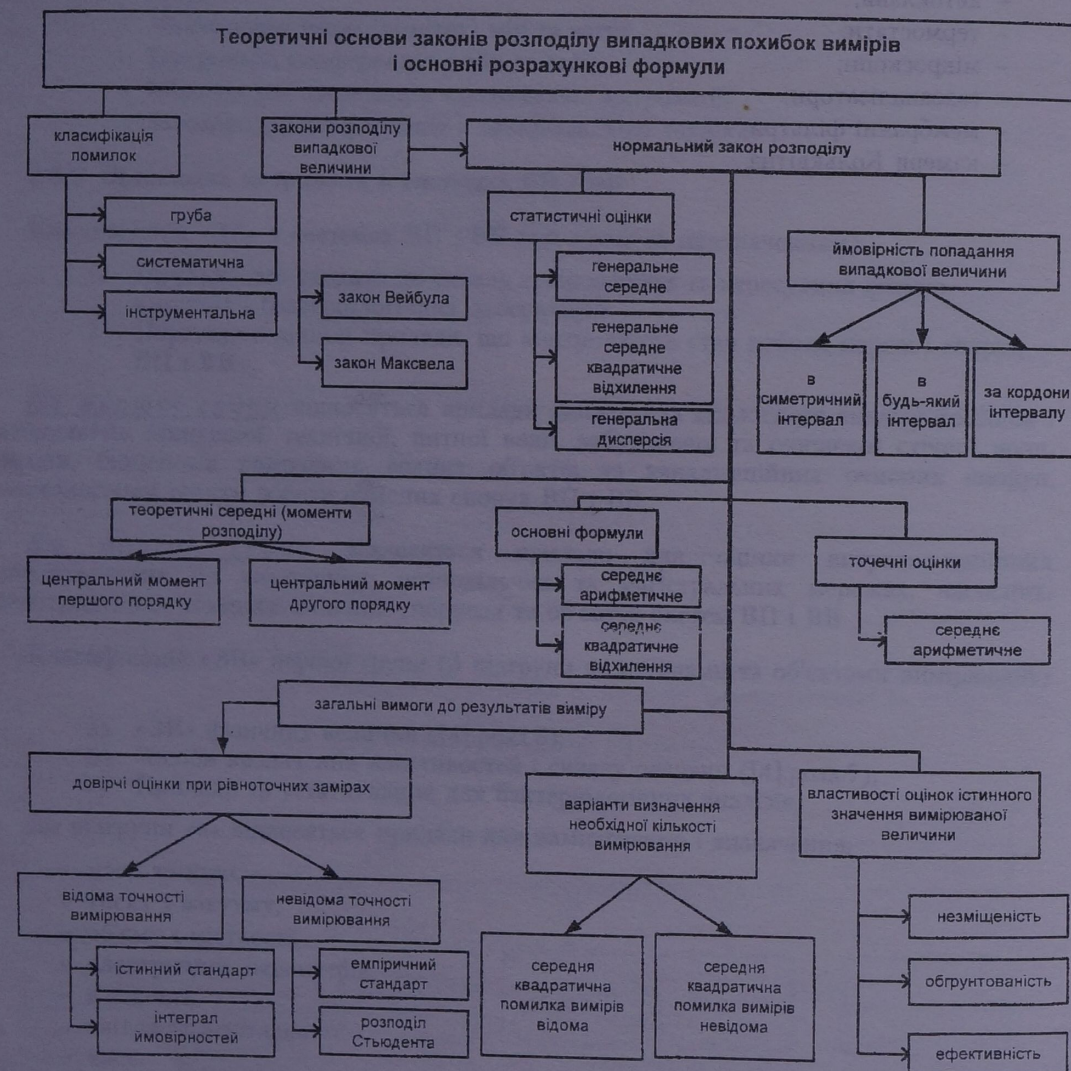


Рис 3.1 Структурна схема основ розподілу випадкових помилок

#### 3.1 Класифікація помилок вимірювань

*Груба помилка* вимірювання суттєво перевищує ту, яку можна передбачити за даних умов.

*Інструментальна помилка* результату вимірювання є складовою помилкою результату вимірювання і залежить від помилки застосованих засобів вимірювання.

*Систематичні помилки.* Помилки вимірювань викликаються великою кількістю різноманітних причин (факторів). Інколи у проведеній серії вимірів вдається виділити такі причини помилок, ефект дії яких може бути розрахований.

Наприклад, якщо після вимірів виявлене неправильне регулювання приладу, що призвело до зміщення початку відрахунку. Так всі показання приладу будуть зміщені або на постійну величину, якщо шкала приладу рівномірна, або на величину, що змінюється за певним законом, якщо шкала приладу нерівномірна.

Іншим прикладом може служити зміна зовнішніх умов, наприклад, температури, якщо відомий вплив цих змін на результати вимірів. До названих причин можна також віднести деяку невідосконаленість вимірювальних приладів на межі області їхньої придатності, що викликає відомі помилки. Прийнято говорити, що кожна з таких причин викликає систематичну помилку. Але як тільки систематичні помилки виявлені та їхні величини розраховані, вони можуть бути легко усунуті шляхом введення відповідних поправок в результати виміру.

*Випадкові помилки.* Помилки вимірювань, що залишилися після усунення всіх виявлених систематичних помилок, називаються випадковими. Випадкові помилки викликаються великою кількістю таких факторів, ефекти дії яких настільки незначні, що їх не можна виділити та врахувати в окремоті (при даному рівні техніки і точності вимірів). Випадкову помилку можна розглядати як сумарний ефект дії таких факторів.

Випадкові помилки не можна усунути, їх не можна виключити у кожному з результатів вимірювань. Але із допомогою методів теорії ймовірності можна врахувати їхній вплив на оцінку істинного значення величини, що вимірюється. Це дозволяє визначити значення величини, що вимірюється, із значно меншою помилкою, ніж помилки окремих вимірювань.

#### 3.2 Теоретичні закони розподілу випадкових похибок

Закон розподілу ймовірності дискретних випадкових величин визначає залежність між числовими значеннями випадкової величини і ймовірністю їх появи.

Характер розсіювання великої сукупності емпіричних значень випадкової дискретної величини приблизно відповідає якому-небудь теоретичному закону розподілу. Так, розсіювання, які мають тільки додатні значення (ексцентриситетів, непаральності або неперпендикулярності двох площин чи осі і площини та ін.), відповідають закону Максвела або закону ексцентриситету. Розсіювання відмовлень машин (порушення працездатності) частіше підлягає закону Вейбула, або експоненціальному закону; похибки вимірювання підлягають нормальному закону.



### 3.3 Закон нормального розподілу ймовірностей та властивості випадкових величин

Розсіювання значень випадкової величини, зміна якої залежить від великої кількості факторів, рівнозначних за впливом (коли жоден фактор не має переважного значення), підлягає закону нормального розподілу ймовірностей (закону Гауса). Цьому закону з деяким наближенням може відповідати, наприклад, розсіювання похибок вимірювання механічних і фізичних властивостей матеріалів.

#### ПРИМІТКА

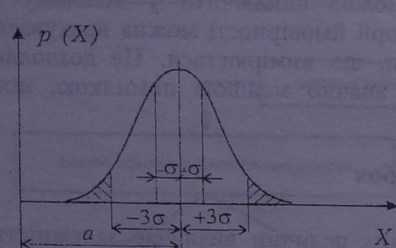
Результати вимірювання є випадковими величинами. Внаслідок дії великої кількості факторів ми отримуємо розсіювання їх значень. Розглянемо ситуацію, коли випадкова величина і похибка виміру (різниця між конкретним виміряним значенням та її середнім) мають нормальний закон розподілу. Випадкова величина (результат вимірювання) відповідає класичним положенням (припущенням) математичної статистики, тобто вимірювана величина повинна бути:

1. детермінована (тобто ми про неї знаємо все);
2. результати вимірювань повинні бути незалежними один від одного;
3. результати вимірювань відтворювані (ми маємо можливість відтворити умови та методику проведення замірів, і отримати результати замірів з такими самими статистичними оцінками).

В наведених далі розрахункових формулах використовуються результати вимірювань, які отримані в однакових умовах, за допомогою однакових приборів, з використанням однакової методики вимірювання.

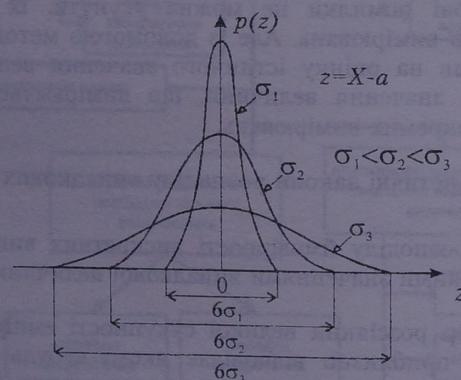
Випадкові похибки, якщо розсіювання їх підкоряється закону Гауса, відповідають таким аксіомам:

- 1) малі за значенням похибки зустрічаються частіше, ніж великі;
- 2) від'ємні і додатні похибки, рівні за абсолютним значенням, зустрічаються однаково часто;
- 3) середнє арифметичне з випадкових похибок із збільшенням їх числа прямує до нуля; алгебраїчна сума відхилень від середнього значення дорівнює нулю.



$a$  - генеральне середнє,  
(математичне очікування);  
 $\sigma$  - генеральне середнє  
квадратичне відхилення;  
 $p(x)$  - щільність ймовірності  
випадкової величини  $X$ .

Рис.3.2 Нормальний розподіл випадкової величини



$z$  - похибка вимірювання;  
 $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$  - характеризує зростання  
похибки вимірювання.

Рис.3.3 Залежність нормального розподілу випадкової величини похибки вимірювання від точності вимірювання

Закон нормального розподілу випадкової величини  $X$  характеризує крива (рис. 3.2), яка має симетричну дзвоноподібну форму.

На рисунку 3.3 наведено приклад нормального закону розподілу похибки вимірювання випадкової величини  $X$ , і вплив на закон розподілу точності вимірювання  $z$ .

При зростанні похибки, як у бік додатних, так і у бік від'ємних значень ординати кривої зменшуються, асимптотично наближаючись до осі абсцис (рис. 3.3).

Неперервна випадкова величина  $X$ , яка приймає значення від  $-\infty$  до  $+\infty$ , називається нормально розподіленою, коли щільність її ймовірності визначається для будь-якого значення  $z = X - a$  рівнянням

$$p(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} \quad (3.3-1)$$

де  $a, \sigma$  (див. рис. 3.2) - числові параметри розподілу, до того ж величина  $\sigma$  додатна:

- параметр  $a$  є генеральним середнім (математичним очікуванням) випадкової величини  $X$ ;
- параметр  $\sigma$  - це генеральне середнє квадратичне відхилення випадкової величини  $X$  (характеризує точність вимірів);
- $\sigma^2$  - генеральна дисперсія випадкової величини  $X$ .

#### Варіанти визначення та розрахунку ймовірності

Розглянемо три варіанти розрахунку ймовірності попадання випадкової помилки результату вимірів у визначений інтервал:

- 1) попадання випадкової помилки у симетричний інтервал (рис. 3.4; варіант 1);
- 2) попадання випадкової помилки у будь-який інтервал (варіант 2);
- 3) випадкова помилка вийде за кордони інтервалу (рис. 3.5; варіант 3).

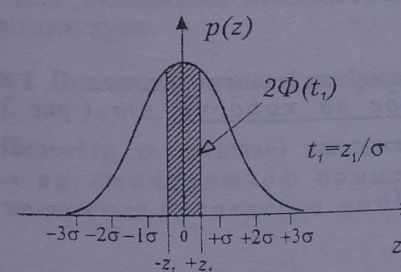


Рис.3.4 Ймовірність попадання випадкової величини у симетричний інтервал

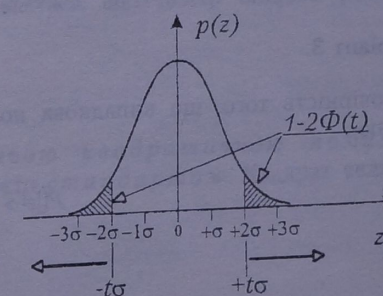


Рис.3.5 Ймовірність виходу випадкової величини за кордони інтервалу



### Варіант 1.

Ймовірність  $P$  попадання випадкової помилки у симетричний інтервал  $(-z_1, z_1)$  при нормальному розподілі (рис.3.4) обчислюється за формулою

$$P(-z_1 < z < z_1) = P(|z| < z_1) = 2\Phi(z_1/\sigma), \quad (3.3-2)$$

де при  $(z_1/\sigma) = t$

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-t^2/2} dt = \frac{1}{2} P(|z| < t\sigma) \quad (t > 0). \quad (3.3-3)$$

Функція  $\Phi(t)$  називається інтегралом ймовірності, її значення наведені в табл.3.5-1.

В цій таблиці значення  $\Phi(t)$  наведені лише для позитивних значень аргументу; для негативних значень аргументу функція  $\Phi(t)$  продовжується непарним образом:

$$\Phi(-t) = -\Phi(t).$$

### ПРИМІТКА

Значення інтеграла ймовірності  $\Phi(t)$  на інтервалі  $(0, +z)$  (формула 3.3-3) дорівнює ймовірності попадання похибки виміру у цей інтервал. На інтервалі  $(-z, +z)$  ймовірність дорівнює  $2\Phi(t)$ . Графічно на рис.3.4 значення цього інтеграла дорівнює заштринованій площі криволінійної трапеції на цьому інтервалі, а чисельно значення знаходиться по табл. 3.5-1 або табл. 3.5-2 в залежності від значення  $t = z/\sigma$ .

### Варіант 2.

Ймовірність попадання випадкової помилки у будь-який інтервал  $(z_1, z_2)$  у випадку нормального розподілу обчислюється за формулою

$$P(z_1 < z < z_2) = \Phi(z_2/\sigma) - \Phi(z_1/\sigma).$$

### Варіант 3.

Ймовірність того, що випадкова помилка вийде за кордони  $\pm t\sigma$  (рис. 3.5) дорівнює

$$P(|z| > t\sigma) = 1 - 2\Phi(t).$$

### ПРИМІТКА

Ймовірність того що випадкова величина (помилка вимірювання  $z$ ) попаде в інтервал  $(-\infty, +\infty)$  дорівнює одиниці. Тобто цей випадок обов'язково станеться. Площа під інтегральною кривою в діапазоні  $(-\infty, +\infty)$  дорівнює одиниці. На рисунку 3.5 показана різниця між площею криволінійної трапеції на інтервалі  $(-\infty, +\infty)$  та площею на інтервалі  $(-t\sigma, +t\sigma)$  (розглянуто в варіанті 1). Заштринована площа дорівнює ймовірності попадання випадкової величини за межі інтервалу  $(-t\sigma, +t\sigma)$ . По табл.3.5-1 або табл.3.5-2 знаходимо значення  $2\Phi(t)$ , а різниця дорівнює  $1 - 2\Phi(t)$ .

Для зручності розрахунків значення ймовірності  $1 - 2\Phi(t)$  при  $t \geq 2,5$  наведені у табл. 3.5-2. Там же подані значення й зворотної функції  $t = t(\mathcal{P})$ , для якої  $1 - \mathcal{P} = 1 - 2\Phi(t)$ , тобто  $\mathcal{P} = 2\Phi(t)$ . При більших значеннях  $t$  ймовірність виходу випадкової помилки за кордони  $\pm t\sigma$  дуже мала.

Наприклад,

$$P(|z| > 4\sigma) = 1 - 2\Phi(4) = 6 \times 10^{-5}, \quad P(|z| > 5\sigma) = 1 - 2\Phi(5) = 6 \times 10^{-7}.$$

Вже ймовірність виходу випадкової помилки вимірювання за трьохсигмові межі  $P(|z| > 3\sigma) = 1 - 2\Phi(3) = 0,0027$  настільки мала, що такий вихід вважається практично неможливим (правило трьох сігм). Іншими словами, приймається, що випадкові помилки вимірювання обмежені за абсолютною величиною значенням  $3\sigma$  (хоча розглядувана математична модель допускає в принципі будь-які значення помилок).

Якщо випадкові помилки  $z$  мають нормальний закон розподілу із щільністю ймовірності, що відповідає залежності (3.3-1), то розподіл результатів виміру  $X = a + z$  має щільність ймовірності

$$p(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(X-a)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.3-4)$$

і тільки зміщенням на величину  $a$  (рис. 3.2) відрізняється від щільності (рис. 3.3). Цей закон розподілу називається загальним нормальним законом із центром  $a$ . Для випадкових помилок завжди припускається, що центр їхнього розподілу дорівнює нулю.

### 3.4 Показники точності вимірювань

Параметр  $\sigma$  («сігма») називається середньою квадратичною помилкою виміру, стандартною помилкою чи просто стандартом. Квадрат величини  $\sigma$  називається дисперсією помилки.



### 3.5 Середні значення і їхні оцінки; перевірка гіпотез

#### 3.5.1 Теоретичні середні (моменти розподілу)

Кожний з результатів виміру  $x_1, x_2, \dots, x_n$  виступає як значення деякої випадкової величини  $x$ . При такому тлумаченні середні арифметичні значення виступають як приближені значення теоретичного середнього — математичного очікування величини  $x$ . Математичне очікування величини  $x$  позначається через  $Mx$  та розраховується за формулою

$$Mx = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)dx, \quad (3.5-1)$$

де  $p(x)$  — щільність розподілу ймовірностей величини  $x$ .

Центральний момент другого порядку називається дисперсією величини  $x$  і позначається через

$$Dx = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \alpha_1)^2 p(x)dx, \quad (3.5-2)$$

де  $\alpha_1$  — математичне очікування самої величини  $x$ , називається також центром розподілення величини  $x$ .

Для нормального розподілення центр розподілення дорівнює нулю. Для загального нормального розподілення центр розподілення дорівнює  $a$ . Для нормального розподілу дисперсія рівна  $\sigma^2$ . Корінь квадратний з дисперсії називається середнім квадратичним відхиленням випадкової величини (від її центру) і позначається через  $\sigma(x)$ . Дисперсія і середнє квадратичне відхилення застосовуються для характеристики розсіювання випадкової величини  $x$ .

#### 3.5.2 Основні формули

Середнім арифметичним значенням (або просто середнім значенням) величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$  називається

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (3.5-3)$$

Середнім квадратичним відхиленням величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$  від їх середнього значення  $\bar{x}$  називається

$$s^* = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (3.5-4)$$

Середнє квадратичне відхилення  $s^*$  є оцінкою  $\sigma(x)$  для  $n$  значень випадкової величини (при  $n \rightarrow \infty$   $s^* \rightarrow \sigma(x)$ ).

#### 3.5.3 Оцінки істинного значення вимірюваної величини

Типи оцінок і їхні властивості. Припустимо, є результати  $n$  незалежних вимірювань деякої величини. Припускається, що ці результати  $x_1, x_2, \dots, x_n$  вільні від грубих і систематичних помилок (тобто що невірні результати відкинуті, а на систематичні помилки вже введені поправки). Оцінити істинне значення  $a$  величини що вимірюється — це значить:

- 1) вказати таку функцію  $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$  від результатів вимірювань, яка дасть достатньо добре наближення до значення  $a$  (така функція називається *точечною оцінкою* або просто *оцінкою значення*  $a$ );
- 2) зазначити границі інтервалу  $(g - \varepsilon_1, g + \varepsilon_1)$ , який із заданою ймовірністю  $\mathcal{P}$  покриває істинне значення  $a$  (така оцінка називається *довірчою оцінкою*, ймовірність  $\mathcal{P}$  — *довірчою ймовірністю* чи *надійністю* оцінки, інтервал  $(g - \varepsilon_1, g + \varepsilon_1)$  *довірчим інтервалом*, а його границі — *довірчим границями*). Іншими словами — зазначити границі інтервалу в який попадає випадкова величина  $x$  з ймовірністю  $\mathcal{P}$ .

Щоб забезпечити достатньо добре наближення до істинного значення  $a$ , оцінка  $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$  повинна (по можливості) мати наступні властивості.

**Незміщеність.** Оцінка називається незміщеною, якщо її теоретичне середнє значення (математичне очікування)  $Mg$  співпадає зі значенням  $a$ .

**Обґрунтованість.** Оцінка називається обґрунтованою, якщо при необмеженому збільшенні числа вимірювань  $n$  вона прагне по ймовірності до значення  $a$ .

Це означає, що при  $n \rightarrow \infty$  і будь-якому фіксованому значенні  $\varepsilon > 0$  ймовірність  $\mathcal{P}(|g - a| < \varepsilon)$  прагне до одиниці, тобто. ствердження, що відхилення оцінки  $g$  від значення  $a$  стане меншим від  $\varepsilon$ , буде практично достовірним.

**Ефективність.** Незміщена оцінка називається ефективною, якщо вона має найменше розсіювання серед всіх незміщених оцінок значення  $a$  за результатами вимірювань.

**Точечні оцінки.** Якщо всі  $n$  вимірювань величини  $a$  зроблені із однаковою точністю (рівноточні вимірювання), тоді для оцінки істинного значення  $a$  вимірюваної величини застосовують *середнє арифметичне значення* результатів вимірювань:

$$a = \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (3.5-5)$$

Ця оцінка є незміщеною та обґрунтованою. При додатковому припущенні, що випадкові помилки вимірювання мають нормальний закон розподілу ймовірності, вона також і ефективна.



## Довірчі оцінки при рівноточних замірах.

Наведені нижче довірчі оцінки істинного значення вимірюваної величини даються у припущенні:

→ випадкові помилки вимірювання підпорядковані нормальному закону розподілу ймовірностей;

→ грубі помилки вимірювання виявлені і відкинуті;

→ систематичні помилки виявлені та їхні величини розраховані, і вони усунуті шляхом введення відповідних поправок в результати вимірювання.

Тут розглядаються лише симетричні довірчі оцінки, що мають вигляд нерівностей

$$\bar{x} - \varepsilon < a < \bar{x} + \varepsilon \text{ або } |a - \bar{x}| < \varepsilon, \quad (3.5-6)$$

де  $\bar{x}$  - середнє арифметичне значення.

Величина  $\varepsilon$  визначається по заданій довірчій ймовірності (надійності оцінки)  $\mathcal{P}$ ; звичайно надійність  $\mathcal{P}$  задається у вигляді одного з трьох рівнів 0,95; 0,99 чи 0,999.

### 3.5.3.1 Довірча оцінка при відомій точності вимірювань

Довірча оцінка при відомій точності вимірювань. Якщо заздалегідь відома середня квадратична помилка  $\sigma$ , то довірча оцінка має вигляд

$$\varepsilon = |a - \bar{x}| < t(\mathcal{P})\sigma/\sqrt{n}, \quad (3.5-7)$$

де  $n$  - число вимірювань, а значення  $t = t(\mathcal{P})$  визначається по заданій довірчій ймовірності  $\mathcal{P}$  з умови  $2\Phi(t) = \mathcal{P}$ , і знаходиться по табл. 3.5-2. Таким чином, тут

$$\varepsilon = \frac{t(\mathcal{P})\sigma}{\sqrt{n}}. \quad (3.5-8)$$

### 3.5.3.2 Довірча оцінка при невідомій точності вимірювань

Довірча оцінка при невідомій точності вимірювань. Якщо середня квадратична помилка невідома, то замість неї використовують емпіричний стандарт

$$s = s \cdot \sqrt{\frac{n}{n-1}} = \sqrt{\frac{n}{n-1} \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad (3.5-9)$$

що служить оцінкою параметру  $\sigma$  (порівняйте з формулою 3.5-4).

При цьому довірча оцінка приймає вид

$$|a - \bar{x}| < t(\mathcal{P}; k) \frac{s}{\sqrt{n}} \quad \text{або} \quad |a - \bar{x}| < t(\mathcal{P}; k) \frac{s^*}{\sqrt{k}}, \quad (3.5-10)$$

де  $t(\mathcal{P}; k)$  залежить вже не тільки від довірчої ймовірності  $\mathcal{P}$ , але й від числа ступенів свободи  $k = n - 1$ . Значення  $t(\mathcal{P}; k)$  для п'ятих рівнів надійності  $\mathcal{P}$  та для різних значень числа  $k \geq 4$  наведені у табл. 3.5-3. Вона укладена за допомогою так званого розподілу Ст'юдента. Розподіл ймовірностей відношення  $(\bar{x} - a) \frac{\sqrt{n}}{s}$  та значення  $t = t(\mathcal{P}; k)$  визначені так, що.

$$P\left(\left|\frac{\bar{x} - a}{s/\sqrt{n}}\right| < t\right) = \mathcal{P}. \quad (3.5-11)$$

Важливо помітити, що довірчу оцінку при невідомому  $\varepsilon$  (3.5-10) не можна замінити оцінкою при відомому  $\varepsilon$  (3.5-7) із підстановкою емпіричного стандарту  $s$  замість істинного стандарту  $\sigma$ , тобто  $t(\mathcal{P}; k)$  табл. 3.5-3 не можна замінити на  $t(\mathcal{P})$  з табл. 3.5-2.

Приклад: при надійності  $\mathcal{P} = 0,99$  значення  $t(0,99) = 2,576$ , а  $t(0,99,9)$  для десяти вимірювань дорівнює 3,250. Таким чином, при невідомій точності вимірювань довірчий інтервал отримується значно ширше, ніж при відомій точності вимірювань. Значення  $t(\mathcal{P}; k)$  зменшуються із зростанням  $k$  (дивися табл. 3.5-3). При необмеженому збільшенні числа вимірювань ( $k \rightarrow \infty$ ) прагнуть до значень  $t(\mathcal{P})$ . Це видно з порівняння останнього рядка табл. 3.5-3 з відповідними значеннями  $\mathcal{P}$  та  $t = t(\mathcal{P})$  правої частини табл. 3.5-2.

#### ПРИМІТКА

У таблиці 3.5-1 містить значення інтеграла ймовірностей при  $0 < t < 2,4$ . Таблиця 3.5-2 складається з двох частин. Ліва частина є продовженням таблиці 3.5-1 і містить значення інтеграла ймовірностей при  $2,5 < t < 5$ , а її права частина значення зворотної функції  $t = t(\mathcal{P})$  при відповідному значенні ймовірності  $\mathcal{P}$ .

Правило трьох сигм. В практиці обробки результатів замірів широке розповсюдження отримало правило трьох сигм для вибору надійності довірчої оцінки:

Відхилення істинного значення вимірюваної величини від середнього арифметичного значення результатів вимірювань не перевищує потроєної середньої квадратичної помилки вимірюваної величини.

Правило трьох сигм являє собою у випадку відомої величини  $\sigma$  довірчу оцінку

$$|a - \bar{x}| < 3\sigma/\sqrt{n}, \quad (3.5-12)$$



або у випадку невідомої величини  $\sigma$  довірчу оцінку

$$|a - \bar{x}| < 3s/\sqrt{n}. \quad (3.5-13)$$

Перша з цих оцінок (3.5-12) має надійність  $2\Phi(3) = 0,9973 \approx 1 - 0,003$ , незалежно від кількості вимірювань (табл. 3.5-2). Надійність другої оцінки (3.5-13) суттєво залежить від кількості замірів.

### 3.5.4 Необхідна кількість вимірювань

#### 3.5.4.1 Відома середня квадратична помилка вимірювань

Збільшуючи кількість вимірювань  $n$  навіть при незмінній їхній точності, можна збільшити надійність довірчих оцінок або звужити довірчий інтервал для істинного значення вимірюваної величини. Необхідна кількість вимірювань для досягнення необхідної точності  $\varepsilon$  та необхідної надійності  $\mathcal{P}$  можна визначити заздалегідь лише у тому випадку, коли відома середня квадратична помилка вимірювань (виміри припускаються рівноточними і незалежними). У цьому випадку кількість вимірювань  $n$  для одержання довірчої оцінки точності  $\varepsilon$ :

$$|a - \bar{x}| < \varepsilon, \quad (3.5-14)$$

з заданою надійністю  $\mathcal{P}$  визначається за допомогою формули (3.5-7), звідки

$$n \geq \left[ \frac{t(\mathcal{P})}{\varepsilon} \right]^2 \sigma^2, \quad (3.5-15)$$

де  $t = t(\mathcal{P})$  знаходиться з рівності  $2\Phi(t) = \mathcal{P}$  з табл. 3.5-2 (далі в розділі 4.3-2 варіант 1 розглядається приклад розрахунків).

#### 3.5.4.2 Невідома середня квадратична помилка вимірювань

Якщо середня квадратична помилка вимірювань заздалегідь невідома, але відомий хоча б її порядок, тоді необхідну кількість вимірювань можна визначити в залежності від надійності  $\mathcal{P}$  і від відношення  $q = \varepsilon/s$ , де  $s$  - майбутній емпіричний стандарт помилки. Для визначення  $n$  в залежності від  $\mathcal{P}$  і  $q$  застосовується табл. 3.5-4 (далі в розділі 4.3.3. розглядається приклад розрахунків).

**Приклад:** щоб гарантувати одержання довірчої оцінки з надійністю  $\mathcal{P} = 0,99$  та точністю до  $0,1s$ , слід зробити 668 вимірювань. На практиці часто можна обмежитися меншим числом вимірювань, якщо застосувати наступний прийом. Спочатку потрібно зробити порівняно невелику кількість вимірів (у 3-4 рази менш означеного у таблиці 3.5-4). По результатах цих вимірювань розрахувати довірчий інтервал. Після цього уточнити необхідну кількість вимірів, виходячи з того, що зменшення довірчого інтервалу в  $\lambda$ - раз збільшує кількість замірів у  $\lambda^2$  разів (наприклад, зменшення довірчого інтервалу у 2 рази забезпечується збільшенням кількості вимірів у 4 рази).

### 3.5.5 Таблиці визначення статистичних оцінок

Таблиця 3.5-1

$$\text{Інтеграл ймовірностей } \Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-t^2/2} dt, \quad \Phi(-t) = -\Phi(t)$$

| t   | Соті частки t |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-----|---------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|     | 0             | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
| 0.0 | 0.0000        | 0040 | 0080 | 0120 | 0160 | 0199 | 0239 | 0279 | 0319 | 0359 |
| 0.1 | 0398          | 0438 | 0478 | 0517 | 0557 | 0596 | 0636 | 0675 | 0714 | 0753 |
| 0.2 | 0793          | 0832 | 0871 | 0910 | 0948 | 0987 | 1026 | 1064 | 1103 | 1141 |
| 0.3 | 1179          | 1217 | 1255 | 1293 | 1331 | 1368 | 1406 | 1443 | 1480 | 1517 |
| 0.4 | 1554          | 1591 | 1628 | 1664 | 1700 | 1736 | 1772 | 1808 | 1844 | 1879 |
| 0.5 | 1915          | 1950 | 1985 | 2019 | 2054 | 2088 | 2123 | 2157 | 2190 | 2224 |
| 0.6 | 2257          | 2291 | 2324 | 2357 | 2389 | 2422 | 2454 | 2486 | 2517 | 2549 |
| 0.7 | 2580          | 2611 | 2642 | 2673 | 2703 | 2734 | 2764 | 2794 | 2823 | 2852 |
| 0.8 | 2881          | 2910 | 2939 | 2967 | 2995 | 3023 | 3051 | 3078 | 3106 | 3133 |
| 0.9 | 3159          | 3186 | 3212 | 3238 | 3264 | 3289 | 3315 | 3340 | 3365 | 3389 |
| 1.0 | 3413          | 3437 | 3461 | 3485 | 3508 | 3531 | 3554 | 3577 | 3599 | 3621 |
| 1.1 | 3643          | 3665 | 3686 | 3708 | 3729 | 3749 | 3770 | 3790 | 3810 | 3830 |
| 1.2 | 3849          | 3869 | 3888 | 3907 | 3925 | 3944 | 3962 | 3980 | 3997 | 4015 |
| 1.3 | 4032          | 4049 | 4066 | 4082 | 4099 | 4115 | 4131 | 4147 | 4162 | 4177 |
| 1.4 | 4192          | 4207 | 4222 | 4236 | 4251 | 4265 | 4279 | 4292 | 4306 | 4319 |
| 1.5 | 4332          | 4345 | 4357 | 4370 | 4382 | 4394 | 4406 | 4418 | 4429 | 4441 |
| 1.6 | 4452          | 4463 | 4474 | 4484 | 4495 | 4505 | 4515 | 4525 | 4535 | 4545 |
| 1.7 | 4554          | 4564 | 4573 | 4582 | 4591 | 4599 | 4608 | 4616 | 4625 | 4633 |
| 1.8 | 4641          | 4649 | 4656 | 4664 | 4671 | 4678 | 4686 | 4693 | 4699 | 4706 |
| 1.9 | 4713          | 4719 | 4726 | 4732 | 4738 | 4744 | 4750 | 4756 | 4761 | 4767 |
| 2.0 | 4772          | 4778 | 4783 | 4788 | 4793 | 4798 | 4803 | 4808 | 4812 | 4817 |
| 2.1 | 4821          | 4826 | 4830 | 4834 | 4838 | 4842 | 4846 | 4850 | 4854 | 4857 |
| 2.2 | 4861          | 4864 | 4868 | 4871 | 4875 | 4878 | 4881 | 4884 | 4887 | 4890 |
| 2.3 | 4893          | 4896 | 4898 | 4901 | 4904 | 4906 | 4909 | 4911 | 4913 | 4916 |
| 2.4 | 4918          | 4920 | 4922 | 4925 | 4927 | 4929 | 4931 | 4932 | 4934 | 4936 |



Таблиця 3.5-2

Величини, пов'язані із інтегралом ймовірності  $\Phi(t)$ ;функція  $t = t(\mathcal{P})$  є зворотною для  $P = 2\Phi(t)$ 

| $t$ | $\Phi(t)$ | $1 - 2\Phi(t)$ | $1 - \mathcal{P}$ | $t = t(\mathcal{P})$ | $\mathcal{P}$     |
|-----|-----------|----------------|-------------------|----------------------|-------------------|
| 2,5 | 0,49379   | 0,01242        | 0,05              | 1,960                | 0,95              |
| 2,6 | 0,49534   | 0,00932        | 0,04              | 2,054                | 0,96              |
| 2,7 | 0,49653   | 0,00693        | 0,03              | 2,170                | 0,97              |
| 2,8 | 0,49744   | 0,00511        | 0,02              | 2,326                | 0,98              |
| 2,9 | 0,49813   | 0,00373        | 0,01              | 2,576                | 0,99              |
| 3,0 | 0,49865   | 0,00270        | 0,009             | 2,612                | 0,991             |
| 3,1 | 0,49903   | 0,00194        | 0,008             | 2,652                | 0,992             |
| 3,2 | 0,49931   | 0,00137        | 0,007             | 2,697                | 0,993             |
| 3,3 | 0,49952   | 0,00097        | 0,006             | 2,748                | 0,994             |
| 3,4 | 0,49966   | 0,00067        | 0,005             | 2,807                | 0,995             |
| 3,5 | 0,499767  | 0,000465       | 0,004             | 2,878                | 0,996             |
| 3,6 | 0,499841  | 0,000318       | 0,003             | 2,968                | 0,997             |
| 3,7 | 0,499892  | 0,000216       | 0,002             | 3,090                | 0,998             |
| 3,8 | 0,499927  | 0,000145       | 0,001             | 3,291                | 0,999             |
| 3,9 | 0,499952  | 0,000096       | 0,0009            | 3,320                | 0,9991            |
| 4,0 | 0,499968  | 0,000063       | 0,0008            | 3,353                | 0,9992            |
| 4,1 | 0,499979  | 0,000041       | 0,0007            | 3,390                | 0,9993            |
| 4,2 | 0,499987  | 0,000027       | 0,0006            | 3,432                | 0,9994            |
| 4,3 | 0,499991  | 0,000017       | 0,0005            | 3,481                | 0,9995            |
| 4,4 | 0,499995  | 0,000011       | 0,0004            | 3,540                | 0,9996            |
| 4,5 | 0,4999966 | 0,0000068      | 0,0003            | 3,615                | 0,9997            |
| 4,6 | 0,4999979 | 0,0000041      | 0,0002            | 3,720                | 0,9998            |
| 4,7 | 0,4999987 | 0,0000025      | 0,0001            | 3,891                | 0,9999            |
| 4,8 | 0,4999992 | 0,0000016      | $10^{-5}$         | 4,417                | $1 \cdot 10^{-5}$ |
| 4,9 | 0,4999995 | 0,0000009      | $10^{-6}$         | 4,892                | $1 \cdot 10^{-6}$ |
| 5,0 | 0,4999997 | 0,0000006      | $10^{-7}$         | 5,327                | $1 \cdot 10^{-7}$ |

Таблиця 3.5-3

Розподіл Стюдента, Значення  $t = t(\mathcal{P}, k)$ 

| $k$      | $\mathcal{P}$ |       |       |       |       |
|----------|---------------|-------|-------|-------|-------|
|          | 0,90          | 0,95  | 0,98  | 0,99  | 0,999 |
| 4        | 2,132         | 2,776 | 3,747 | 4,604 | 8,610 |
| 5        | 2,015         | 2,571 | 3,365 | 4,032 | 6,859 |
| 6        | 1,943         | 2,447 | 3,143 | 3,707 | 5,959 |
| 7        | 1,895         | 2,365 | 2,998 | 3,499 | 5,405 |
| 8        | 1,860         | 2,262 | 2,896 | 3,355 | 5,041 |
| 9        | 1,833         | 2,228 | 2,821 | 3,250 | 4,781 |
| 10       | 1,812         | 2,201 | 2,764 | 3,169 | 4,587 |
| 11       | 1,796         | 2,179 | 2,718 | 3,106 | 4,487 |
| 12       | 1,782         | 2,160 | 2,681 | 3,055 | 4,318 |
| 13       | 1,771         | 2,145 | 2,650 | 3,012 | 4,221 |
| 14       | 1,761         | 2,131 | 2,624 | 2,977 | 4,140 |
| 15       | 1,753         | 2,130 | 2,602 | 2,947 | 4,073 |
| 16       | 1,746         | 2,120 | 2,583 | 2,921 | 4,015 |
| 18       | 1,734         | 2,103 | 2,552 | 2,878 | 3,922 |
| 20       | 1,725         | 2,086 | 2,528 | 2,845 | 3,850 |
| 25       | 1,708         | 2,060 | 2,485 | 2,787 | 3,725 |
| 30       | 1,697         | 2,042 | 2,457 | 2,750 | 3,646 |
| 35       | 1,689         | 2,030 | 2,437 | 2,724 | 3,591 |
| 40       | 1,684         | 2,021 | 2,423 | 2,704 | 3,551 |
| 45       | 1,679         | 2,014 | 2,412 | 2,689 | 3,522 |
| 50       | 1,676         | 2,008 | 2,403 | 2,677 | 3,497 |
| 60       | 1,671         | 2,000 | 2,390 | 2,660 | 3,460 |
| 70       | 1,667         | 1,995 | 2,381 | 2,648 | 3,436 |
| 80       | 1,664         | 1,990 | 2,374 | 2,639 | 3,416 |
| 90       | 1,662         | 1,987 | 2,368 | 2,632 | 3,401 |
| 100      | 1,660         | 1,984 | 2,364 | 2,626 | 3,391 |
| $\infty$ | 1,645         | 1,960 | 2,326 | 2,576 | 3,291 |

Таблиця 3.5-4

Розрахунок необхідної кількості вимірювань

| $q = \frac{\varepsilon}{s}$ | $\mathcal{P}$ |      |      |      |       |
|-----------------------------|---------------|------|------|------|-------|
|                             | 0,90          | 0,95 | 0,98 | 0,99 | 0,999 |
| 1,0                         | 5             | 7    | 9    | 11   | 17    |
| 0,5                         | 13            | 18   | 25   | 31   | 50    |
| 0,4                         | 19            | 27   | 37   | 46   | 74    |
| 0,3                         | 32            | 46   | 64   | 78   | 127   |
| 0,2                         | 70            | 99   | 139  | 171  | 277   |
| 0,1                         | 273           | 387  | 545  | 668  | 1089  |
| 0,05                        | 1084          | 1540 | 2168 | 2659 | 4338  |



#### 4. ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ДО РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ (ЧАСТИНА Б)

##### Вступ

Індивідуальні завдання складаються з трьох розділів:

- 1) Метрологія.
- 2) Управління якістю очищення води.
- 3) Статистичні оцінки вимірювань.

Розділ «Метрологія» вміщує завдання, пов'язані з такою категорією учбового курсу, як «Клас точності засобів вимірювання» і складається з 5 прикладів (задача №1 - 3 приклади, задача №2 - 2 приклади).

Розділ «Управління якістю очищеної води» являє собою інженерну задачу, присвячену пошуку оптимального розв'язання ситуації по використанню обладнання очисної станції в умовах добової нерівномірності витрати та якості оброблюваної води.

Розділ «Статистичні оцінки вимірювань» містить індивідуальні завдання з визначення статистичних оцінок результатів вимірювань та методики їх розрахунків.

#### 4.1 Завдання 1 «Клас точності засобів вимірювання»

##### 4.1.1 Задача №1

**Умова:** Прилад «П1» класу точності «КЛ1» із шкалою типу «Ш1» і діапазонами « $Y_{min} \dots Y_{max}$ » показує «Y1». Чому дорівнює вимірюваний параметр Z?

(Примітка 1. Зміст використаних в умові задачі скорочень вихідних параметрів (П1, КЛ1, Ш1,  $Y_{min}$ ,  $Y_{max}$ , Y1) розкривається у відповідних таблицях вихідних даних).

##### Вступна інформація.

Класом точності засобу вимірювання називається узагальнена характеристика, яка визначає ступінь правильності його показань за можливим найбільшим відхиленням від справжнього значення вимірюваного параметра.

Найчастіше клас точності (x) позначається числом з використанням арабських цифр за таким рядом:

(1; 1.5; 1.6; 2; 2.5; 3; 4; 5; 6)  $\times 10^p$ , де p=1; 0; -1; -2; і т.д. з можливим додаванням спеціальних умовних знаків:

(x)

або

x/

Саме ці числа визначають оцінку точності показань засобів вимірювання.

Якщо позначити виміряне показання приладу через «Y», а розраховане через клас точності максимальне можливе відхилення « $\Delta Y$ », тоді діапазон значень вимірюваної величини «Z» буде дорівнювати:

$$(Y - |\Delta Y|) \leq Z \leq (Y + |\Delta Y|).$$

Варіанти розрахунків « $\Delta Y$ » залежать від:

- форми шкали приладу (рівномірна, нерівномірна);
- місця розташування нульового значення шкали (за межами шкали, на початку шкали, всередині шкали);
- наявності спеціальних умовних знаків;
- позначення класу точності у вигляді дробу  $\frac{c}{d}$ ;
- наявності встановленого номінального значення вимірюваного параметра  $Y_{ном}$ .

Систематизацію варіантів розрахунків « $\Delta Y$ » при наявності, або відсутності спеціальних позначень класу точності наведено в табл. 4.1-1 і 4.1-2.

Таблиця 4.1-1

Варіанти розрахунків « $\Delta Y$ » при відсутності спеціальних умовних позначень класу точності

| Форма шкали  | Місце розташування нульового значення шкали |                 | Наявність встановленого номінального значення вимірюваного параметра |
|--------------|---------------------------------------------|-----------------|----------------------------------------------------------------------|
|              | на початку шкали, або поза шкалою           | всередині шкали |                                                                      |
| рівномірна   | Варіант А                                   | Варіант Б       | Варіант В                                                            |
| нерівномірна | Варіант А                                   | -               | Варіант В                                                            |

Таблиця 4.1-2

Варіанти розрахунків « $\Delta Y$ » при наявності спеціальних умовних позначень класу точності

| Спеціальні умовні позначення | x/          | (x)         | $\frac{c}{d}$         |
|------------------------------|-------------|-------------|-----------------------|
| Варіанти                     | Варіант Г * | Варіант Д * | Варіант Ж (3 випадки) |

(Примітка 2:

Через «c» і «d» позначені два різних, або однакових числа, що використовуються в розрахунку « $\Delta Y$ ».

У випадках, позначених (\*), при наявності номінального значення вимірюваного параметра « $Y_{ном}$ » в розрахунках « $\Delta Y$ » використовується варіант В (табл. 4.1-1).

Варіанти розрахунків « $\Delta Y$ »

Варіант А

Шкала ~~будь-яка~~ <sup>рівномірна</sup> в межах ( $Y_{min} \geq 0$ )... $Y_{max}$  (рис. 4.1, 4.2, 4.4, 4.5):

Шкала ~~нерівномірна~~



$$\Delta Y = [x(Y_{max} - Y_{min})]/100.$$

#### Варіант Б

Шкала рівномірна в межах  $Y_{min} < 0 < Y_{max}$  (рис. 4.3):

$$\Delta Y = (x \cdot |Y'|)/100,$$

де  $|Y'|$  - найбільша за модулем із меж вимірювань  $|Y_{min}|$ , або  $|Y_{max}|$ .

#### Варіант В

Шкала будь-яка (рис. 4.1...4.5). Задано номінальне значення вимірюваного параметра « $Y_{ном}$ »:

$$\Delta Y = (x \cdot Y_{ном})/100.$$

#### Варіант Г

Шкала будь-яка в межах  $(Y_{min} \geq 0) \dots Y_{max}$  (рис. 4.1, 4.2, 4.4, 4.5):

$$\Delta Y = (x \cdot Y_{max})/100$$

#### Варіант Д

Шкала будь-яка (рис. 4.1...4.5).

$$\Delta Y = (x \cdot Y)/100$$

#### Варіант Ж

Випадок 1. Шкала рівномірна в межах  $Y_{min} < 0 < Y_{max}$  (рис. 4.3):

$$\Delta Y = [c + d(|Y'/Y| - 1)] \cdot Y/100,$$

де  $Y'$  - див. Варіант Б.

Випадок 2. Шкала будь-яка в межах  $(Y_{min} \geq 0) \dots Y_{max}$  (рис. 4.1, 4.2, 4.4, 4.5):

$$\Delta Y = [c + d(|Y_{max}/Y| - 1)] \cdot Y/100.$$

Випадок 3. Шкала аналогічна вип. 2. Задано номінальне значення вимірюваного параметра « $Y_{ном}$ »:

$$\Delta Y = [c + d(|Y_{max}/Y| - 1)] \cdot Y_{ном}/100.$$

(Примітка 3. Для шкали приладу типу «цифрове табло» замість « $Y_{max}$ » приймається « $Y_{ном}$ »).

Приклад розв'язання задачі 1 (варіант 24, приклад 8).

(Примітка 4. Вихідні дані див. табл. 4.4-1, 4.4-2, 4.4-4, 4.4-5.)

Вихідні дані (табл. 4.4-1, вар. 24)

| Вихідні параметри<br>(табл. 4.4-2) | Приклад 8 задачі 1                   |
|------------------------------------|--------------------------------------|
| П1 (табл. 4.4-4)                   | код 7, мегаомметр                    |
| КЛ1 (табл. 4.4-5)                  | код 6, $0.3$                         |
| П1 (рис. 4.1...4.5)                | рис. 4.5, нерівномірна, пропорційна. |
| $Y_{min}$ (табл. 4.4-2)            | 10 МОм.                              |
| $Y_{max}$ (табл. 4.4-2)            | 100 МОм.                             |
| $Y1$ (табл. 4.4-2)                 | 35 МОм.                              |

Згідно табл. 4.1-2 наведені умови дозволяють класифікувати:

приклад 8, як варіант «Г».

Розв'язання прикладу 8 задачі 1:

(варіант «Г»);

$X = 0.3$ ;  $Y_{max} = 100$  МОм;  $Y1 = 35$  МОм.

$\Delta Y = (x \cdot Y_{max})/100 = (0.3 \cdot 100)/100 = 0.3$  МОм;

$(35 - 0.3) < Z < (35 + 0.3)$ ;  $Z = 34.7 \dots 35.3$  МОм.

4.1.2 Задача №2

Вихідні дані (табл. 4.4-1, вар. 24)

| Вихідні параметри<br>(табл. 4.4-3) | Приклад 2 задачі 2                    |
|------------------------------------|---------------------------------------|
| П2 (табл. 4.4-4)                   | код 2, амперметр                      |
| КЛ2 (табл. 4.4-5)                  | код 2, 0.15/0.6                       |
| П2 (рис. 4.1...4.5)                | рис. 4.2, рівномірна, $Y_{min} > 0$ . |
| $Y_{min}$ (табл. 4.4-3)            | 0.5 А.                                |
| $Y_{max}$ (табл. 4.4-3)            | 1.5 А.                                |
| $Y2$ (табл. 4.4-3)                 | 0.8 А.                                |
| $Y_{ном}$ (табл. 4.4-3)            | 1.2 А.                                |



Умова: Приклад «П2» класу точності «КЛ2» із шкалою типу «Ш2», діапазонами « $Y_{\min} \dots Y_{\max}$ »; з номінальним значенням вимірюваного параметра « $Y_{\text{ном}}$ » показує «Y2». Чому дорівнює вимірюваний параметр Z?

Приклад розв'язання задачі 2 (варіант 24, приклад 2)

(Примітка 5. Вихідні дані див. табл. 4.4-1, 4.4-3, 4.4-4, 4.4-5). Згідно табл. 4.1-2 наведені умови дозволяють класифікувати:

приклад 2, як варіант «Ж» (випад. 3).

Розв'язання прикладу 2 задачі 2:

(вар. «Ж», випад. 3)

$$c/d = 0.15 / 0.6; Y_{\max} = 1.5 \text{ A}; Y_2 = 0.8 \text{ A}; Y_{\text{ном}} = 1.2 \text{ A}.$$

$$\Delta Y = [c + d(|Y_{\max}/Y| - 1)] * Y_{\text{ном}} / 100 = \\ = [0.15 + 0.6(|1.5 / 0.8| - 1)] * 1.2 / 100 = 0.0081 \text{ A}.$$

$$(0.8 - 0.0081) \leq Z \leq (0.8 + 0.0081); Z = 0.7919 \dots 0.8081 \text{ A}.$$

## 4.2 Завдання 2 «Управління якістю очищення води»

Умова: Комплекс для очистки води обладнаний декількома однотипними реакторами, призначеними для знижування концентрації забруднюючої речовини «X» від початкового рівня  $C_0$  (мг/л) до кінцевого  $C_t$  (мг/л) на виході з реактора.

Ефект (E) видалення реактором забруднень визначається за параметрами  $C_0$  і  $C_t$ :

$$E = (C_0 - C_t) / C_0 \quad (4.2-1)$$

і для даного типу реакторів залежить від витрати очищуваної води в кожний момент часу  $Q$  (м<sup>3</sup>/год):

$$E = E_0 \left( 1 - 10^{-m/(Q+Q_0)} \right), \quad (4.2-2)$$

де  $E_0, m, Q_0$  - параметри, визначені при попередніх дослідженнях реакторів даного типу.

Режим припливу очищуваної води на комплекс є нерівномірним на протязі доби як за витратою ( $Q_t$ ), так і за концентрацією забруднюючої речовини ( $C_0$ ), і задається за допомогою коефіцієнтів витрат ( $k_q$ ) і концентрації ( $k_C$ ):

$$Q_t = Q' * k_q; \quad (4.2-3)$$

$$C_0 = C' * k_C, \quad (4.2-4)$$

де  $Q'; C'$  - задані параметри.

Для вмісту забруднюючої речовини на виході з очисного комплексу встановлений максимально дозволений рівень  $C_{\text{доз}}$  (мг/л).

Всі реактори працюють за паралельною схемою так, що

$$Q_p = Q_t / n_p,$$

де  $Q_p$  - витрата води через 1 реактор, (м<sup>3</sup>/год);

$n_p$  - кількість реакторів, працюючих в даний момент часу.

Необхідно:

У відповідності з режимом припливу води на очисний комплекс та вмістом в ній забруднюючої речовини запропонувати графік кількісного використання (по годинах доби) реакторів за умов:

- концентрація забруднюючої речовини в очищеній воді не повинна перевищувати  $C_{\text{доз}}$ ;
- кількість працюючих реакторів в кожний момент часу повинна бути найменшою можливою.

Побудувати графіки добової зміни (по годинах):

- витрат очищуваної води;
- концентрації речовини «X» на вході до комплексу;
- кількості працюючих реакторів;
- концентрації речовини «X» на виході з комплексу.

### 4.2.1 Рекомендації щодо розв'язання завдання 2

Із рівняння (4.2-1) визначимо, яким повинен бути ефект роботи реактора  $E_{\text{необх}}$ , щоб гарантувати виконання умови  $C_t \leq C_{\text{доз}}$ :

$$E_{\text{необх}} = f(C_0; C_{\text{доз}}). \quad (4.2-6)$$

Спільне розв'язання рівнянь (4.2-2) і (4.2-6) дозволяє визначити таку максимально можливу витрату води через 1 реактор  $Q_{\max}$ , при якій буде гарантовано  $C_t \leq C_{\text{доз}}$ :

$$Q_{\max} = f(C_0; C_{\text{доз}}). \quad (4.2-7)$$

Тоді кількість реакторів, необхідна для забезпечення пропуску води в даний момент часу, визначиться за умовою:



$$n_p = f(Q_t; Q_{max}) \quad (4.2-8)$$

як найближче більше ціле число. Це дозволить розрахувати фактичну витрату води через 1 реактор:

$$Q_\phi = f(Q_t; n_p). \quad (4.2-9)$$

Величина  $C_t$  може бути розрахована за спільним розв'язанням рівнянь (4.2-1) і (4.2-2):

$$C_t = f(C_0; Q_\phi). \quad (4.2-10)$$

#### 4.2.2 Приклад виконання завдання 2

$$Q' = 15200 \text{ м}^3/\text{год}; C' = 310 \text{ мг/л}; E_0 = 0,8; m = 300 \text{ м}^3/\text{год}.$$

$$q = 5 \text{ м}^3/\text{год}; C_{\text{дозв}} = 100 \text{ мг/л}.$$

Значення коефіцієнтів  $k_q$  і  $k_c$  (приймаються за вихідними даними табл. 4.4-7)

| Години доби | $k_q$ | $k_c$ |
|-------------|-------|-------|
| 0-2         | 0,033 | 0,71  |
| 2-4         | 0,053 | 0,71  |
| 4-6         | 0,079 | 0,58  |
| 6-8         | 0,079 | 0,935 |
| 8-10        | 0,125 | 0,935 |
| 10-12       | 0,125 | 0,71  |
| 12-14       | 0,105 | 0,71  |
| 14-16       | 0,079 | 0,58  |
| 16-18       | 0,079 | 0,935 |
| 18-20       | 0,105 | 0,935 |
| 20-22       | 0,105 | 0,71  |
| 22-24       | 0,033 | 0,71  |

#### Розв'язання завдання

Режим зміни концентрації  $C_0$  на протязі доби:

$$C_0(0-2) = 310 \times 0,71 = 220 \text{ мг/л};$$

$$C_0(4-6) = 310 \times 0,58 = 180 \text{ мг/л};$$

$$C_0(6-8) = 310 \times 0,935 = 290 \text{ мг/л}.$$

Відповідно,  $C_0$  в години (2-4), (10-12), (12-14), (20-22), (22-24) дорівнює 220 мг/л;

$C_0$  в години (14-16) дорівнює 180 мг/л;

$C_0$  в години (8-10), (16-18), (18-20) дорівнює 290 мг/л;

За рівнянням (4.2-7) для кожного  $C_0$  розраховуємо відповідні значення  $Q_{max}$ :

- в години (0-2), (2-4), (10-12), (12-14), (20-22), (22-24)

$$Q_{max} = 598 \text{ м}^3/\text{год};$$

- в години (4-6), (14-16)  $Q_{max} = 847 \text{ м}^3/\text{год};$

- в години (6-8), (8-10), (16-18), (18-20)  $Q_{max} = 399 \text{ м}^3/\text{год}.$

Режим зміни витрат  $Q_t$  на протязі доби:

$$Q_t(0-2) = 15200 \times 0,033 = 500 \text{ м}^3/\text{год};$$

$$Q_t(2-4) = 15200 \times 0,053 = 800 \text{ м}^3/\text{год};$$

$$Q_t(4-6) = 15200 \times 0,079 = 1200 \text{ м}^3/\text{год};$$

$$Q_t(8-10) = 15200 \times 0,125 = 1900 \text{ м}^3/\text{год};$$

$$Q_t(12-14) = 15200 \times 0,105 = 1600 \text{ м}^3/\text{год}.$$

Відповідно  $Q_t$  в години (22-24) дорівнює 500  $\text{м}^3/\text{год};$

$Q_t$  в години (6-8), (14-16), (16-18) дорівнює 1200  $\text{м}^3/\text{год};$

$Q_t$  в години (10-12) дорівнює 1900  $\text{м}^3/\text{год};$

$Q_t$  в години (18-20), (20-22) дорівнює 1600  $\text{м}^3/\text{год}.$



Результати розрахунків  $n_p$ ,  $Q_{\phi}$ ,  $C_t$  за рівняннями, відповідно, (4.2-8), (4.2-9), (4.2-10) подано в зведені таблиці:

| Години доби | $C_0$ , мг/л; | $Q_{max}$ , м <sup>3</sup> /год | $Q_t$ , м <sup>3</sup> /год | $n_p$     | $Q_{\phi}$ | $C_t$  | примітка |
|-------------|---------------|---------------------------------|-----------------------------|-----------|------------|--------|----------|
| 0-2         | 220           | 598                             | 500                         | 0,84 (1)  | 500        | 88,8   |          |
| 2-4         | 220           | 598                             | 800                         | 1,34 (2)  | 400        | 75,9   |          |
| 4-6         | 180           | 847                             | 1200                        | 1,42 (2)  | 600        | 81,9   |          |
| 6-8         | 290           | 399                             | 1200                        | 3,008 (3) | 400        | 100,01 | *        |
| 8-10        | 290           | 399                             | 1900                        | 4,76 (5)  | 380        | 96,6   |          |
| 10-12       | 220           | 598                             | 1900                        | 3,17 (4)  | 475        | 85,7   |          |
| 12-14       | 220           | 598                             | 1600                        | 2,67 (3)  | 533        | 92,7   |          |
| 14-16       | 180           | 847                             | 1200                        | 1,42 (2)  | 600        | 81,9   |          |
| 16-18       | 290           | 399                             | 1200                        | 3,008 (3) | 400        | 100,01 | *        |
| 18-20       | 290           | 399                             | 1600                        | 4,01 (4)  | 400        | 100,01 | *        |
| 20-22       | 220           | 598                             | 1600                        | 2,67 (3)  | 533        | 92,7   |          |
| 22-24       | 220           | 598                             | 500                         | 0,84 (1)  | 500        | 88,8   |          |

У випадках, позначених (\*) прийнято незначне перевищення  $C_{доzv}$  до рівня 100,01 мг/л.

Побудова графіків зміни по годинах доби для  $Q_t$ ;  $C_0$ ,  $n_p$ ,  $C_t$ .

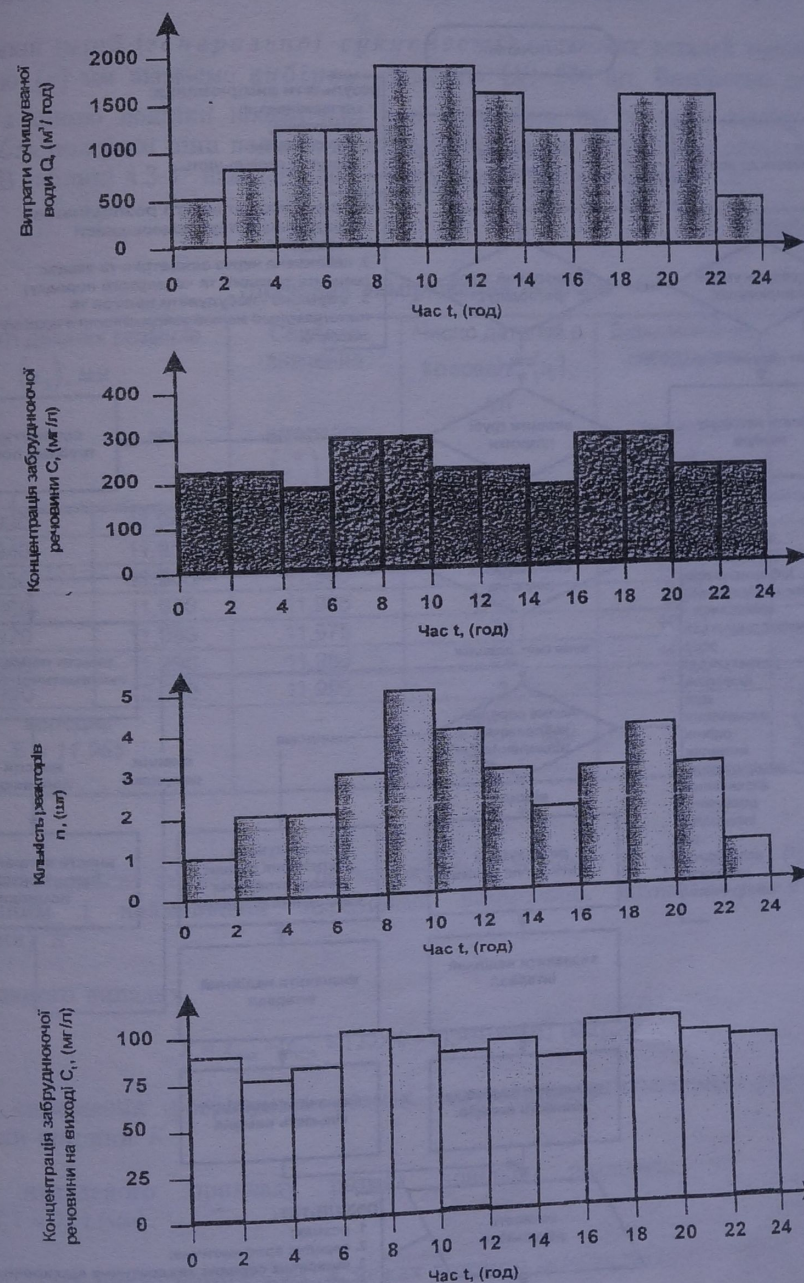
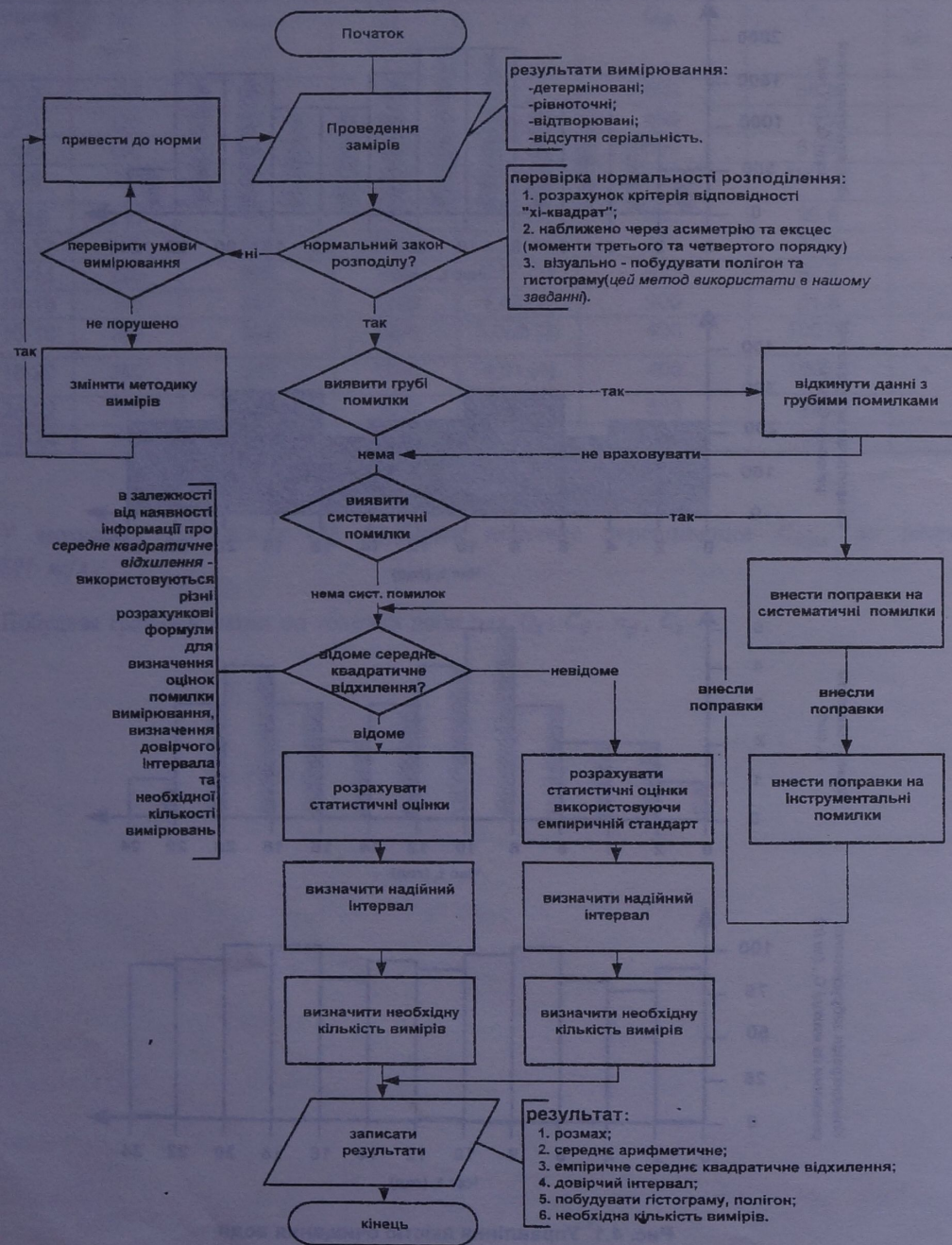


Рис. 4.1\* Управління якістю очищення води



### 4.3 Завдання 3 «Визначення статистичних оцінок»

#### 4.3.1 Алгоритм визначення статистичних оцінок результатів виміру.



#### 4.3.2 Визначення статистичних оцінок результатів виміру.

Методику статистичної обробки результатів вимірювання розглянемо на прикладі, коли визначаються дискретні значення вимірюваної величини.

З великої партії (генеральної сукупності) однакових деталей водолічильника довжиною ( $x$ ) мм візьмемо вибірку кількістю ( $N$ ) 200 шт. Виміряємо довжину на приладі з ціною поділки шкали 0,01 мм. Прийнемо, що точність відліку дорівнює 0,005, тобто половині ціни поділки шкали. Вимірювання проведено в однакових сталих умовах. В таблиці 4.3-1 наведені дані - результати заміру величини  $x$ .

Таблиця 4.3-1

Значення вимірюваних величин

| Інтервал дійсних розмірів ( $x_i$ ), мм |        | Середнє значення інтервалу ( $\bar{x}_i$ ), мм | Число деталей в інтервалі* ( $n_i$ ), шт | Відхилення від середнього значення ( $x_i - \bar{x}$ ), шт | Частість ( $\frac{n_i}{N}$ )                  |
|-----------------------------------------|--------|------------------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| від                                     | до     |                                                |                                          |                                                            |                                               |
| 11,930                                  | 11,940 | 11,935                                         | 8                                        | -0,03                                                      | 0,04                                          |
| 11,940                                  | 11,950 | 11,945                                         | 24                                       | -0,02                                                      | 0,12                                          |
| 11,950                                  | 11,960 | 11,955                                         | 48                                       | -0,01                                                      | 0,24                                          |
| 11,960                                  | 11,970 | 11,965                                         | 56                                       | 0,00                                                       | 0,28                                          |
| 11,970                                  | 11,980 | 11,975                                         | 34                                       | +0,01                                                      | 0,17                                          |
| 11,980                                  | 11,990 | 11,985                                         | 26                                       | +0,02                                                      | 0,13                                          |
| 11,990                                  | 12,000 | 11,995                                         | 4                                        | +0,03                                                      | 0,02                                          |
| середнє $\bar{x} = 11,965$              |        | -                                              | $N = \sum_{i=1}^l n_i = 200$             |                                                            | $\sum_{i=1}^l \left(\frac{n_i}{N}\right) = 1$ |

Одержані дійсні значення  $x$  розташовують у порядку їх зростання. Різниця між найбільшим і найменшим значеннями вимірювань визначає розмах (поле розсіяння)  $R$ .

Для даного випадку

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 12,000 - 11,930 = 0,07 \text{ (мм)}.$$

(4.3-1)

Для спрощення розрахунків розмах результатів вимірювання розбивають на інтервали ширини  $K$ .

Для наведеного прикладу розмах доцільно розділити на 7 інтервалів:  $K = 0,07 : 7 = 0,01 \text{ (мм)}$ .

Підрахуємо число вимірювань, в межах кожного інтервалу (8,24; ... ;26,4); підрахуємо відповідні частоти:



$$\frac{n_1}{N}, \frac{n_2}{N}, \dots, \frac{n_n}{N} \quad (4.3-2)$$

Після цього визначаємо середнє арифметичне дійсних значень замірів  $x$  за формулою:

$$\bar{x} = \frac{x_1^* n_1 + x_2^* n_2 + x_3^* n_3 + \dots + x_n^* n_n}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_n} = \sum_{i=1}^n x_i^* \frac{n_i}{N} \quad (4.3-3)$$

де  $n$  - число інтервалів групування;  $x_i^*$  - середнє значення інтервалу. Із виразу (4.3-3) видно, що  $\bar{x}$  дорівнює сумі значень добутків середин інтервалів  $x_i^*$  на їх частоту  $\frac{n_i}{N}$ . Величина  $\bar{x}$  визначає емпіричний центр групування.

В наведеному прикладі середній арифметичний розмір

$$\bar{x} = \frac{11,935 \times 8 + 11,945 \times 24 + \dots + 11,995 \times 4}{200} = 11,965 \text{ (мм)}.$$

Різниця між дійсним розміром (або значенням середини інтервалу  $x_i^*$ ) і середнім арифметичним розміром  $\bar{x}$  називається його відхиленням від середнього (залишкова похибка). Алгебраїчна сума відхилень від середнього арифметичного значення дорівнює нулю.

Емпіричне середнє квадратичне відхилення для даного прикладу визначаємо або за (3.5-4) або, якщо дані згруповані по інтервалам, за формулою

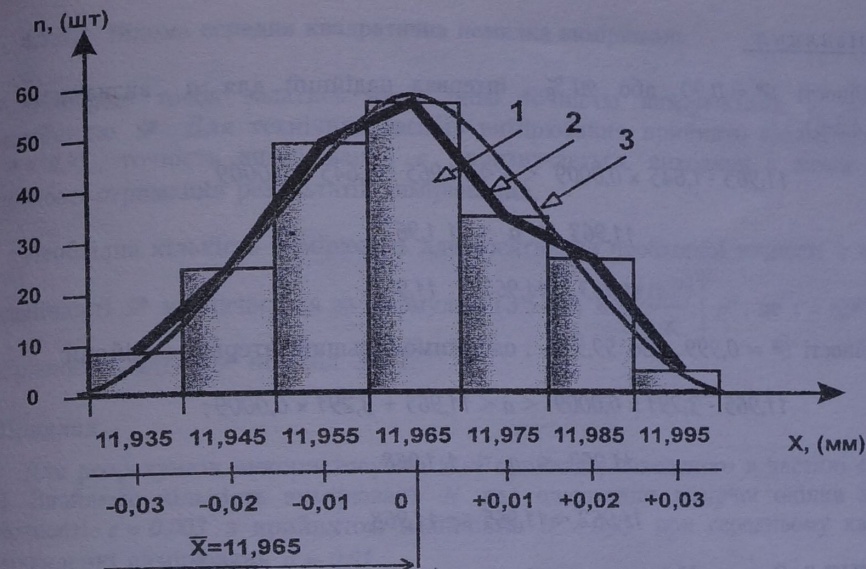
$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \frac{n_i}{N}} \quad (4.3-4)$$

$$S = \sqrt{(-0,03)^2 \times 0,04 + (-0,02)^2 \times 0,12 + \dots + (0,03)^2 \times 0,02} = 0,012.$$

**Гістограма і емпірична крива розподілу.** Розсіяння випадкових величин, якими є дійсні розміри деталей, у наведеному прикладі наочніше зобразити гістограмою, що складається з прямокутників, або емпіричною кривою (полігоном) розподілу (рис. 4.2\*).

По осі абсцис відкладаємо середини інтервалів дійсних значень замірів, а по осі ординат - частоти  $n$ , що відповідають числу значень замірів (8 - 24 - 48 - 56 - 34 - 26 - 4) в кожному інтервалі.

**Теоретична крива закону розподілу** ("3" на рис. 4.2\*) характеризує розсіяння неперервних випадкових величин, тоді як **емпірична лінія** і **гістограма** характеризують розсіяння дискретних величин.



1- гістограма; 2- емпірична крива (полігон); 3- теоретична крива.

Рис.4.2 Розподіл випадкових величин

Визначивши за даними вибірки значення емпіричних параметрів і факторів, які впливають на форму емпіричної кривої, встановлюємо відповідність емпіричної кривої тому чи іншому теоретичному закону розподілу. Перевірка подібності нормальному закону розподілення проводиться за допомогою критеріїв Пірсона  $\chi^2$ , Колмогорова та ін. В даному випадку візуально перевіряємо дзвоноподібність форми емпіричної кривої та її розташування відносно середнього.

Задаючись певною надійністю, визначеною через ймовірність надійну, яка дорівнює одній з таких величин: 0,90; 0,95; 0,99; 0,999, або відповідно 90%; 95%; 99%; 99,9% можна знайти відповідне значення  $Z = t(\mathcal{P})\sigma$ . В цих випадках для розподілу за законом Гауса одержимо, користуючись табл. 3.5-2, величини  $Z$ , які будуть дорівнювати 1,645; 1,960; 2,576; 3,291.

**Приклад:** Оскільки для розглянутого вище розподілу похибок виміряної величини при  $N = 200$  (шт) залежність  $n_i = f(x)$  (рис. 4.2\*) має дзвоноподібну форму приймаємо, що розподіл буде нормальним:

$$\sigma_x = \frac{S^*}{\sqrt{N-1}} = \frac{0,012}{\sqrt{199}} \approx 0,0009. \quad (4.3-5)$$

Інтервал надійний (при  $N > 20$ ) для характеристики математичного очікування  $a$  визначають за формулою

$$\bar{X} - t(\mathcal{P})\sigma_x < a < \bar{X} + t(\mathcal{P})\sigma_x. \quad (4.3-6)$$



#### Для порівняння.

При надійності  $\mathcal{P} = 0,90$ , або 90 %, інтервал надійний для  $a$  визначаємо за формулою (4.3-6):

$$11,965 - 1,645 \times 0,0009 < a < 11,965 + 1,645 \times 0,0009;$$

$$11,963 < a < 11,967,$$

$$11,963 < 11,965 < 11,967.$$

При надійності  $\mathcal{P} = 0,999$ , або 99,9 %, одержимо більший інтервал надійний:

$$11,965 - 3,291 \times 0,0009 < a < 11,965 + 3,291 \times 0,0009;$$

$$11,962 < a < 11,968,$$

$$11,962 < 11,965 < 11,968.$$

#### ЗАВДАННЯ 3. Задача №1.

Вихідні дані по варіантах (з 1 по 20) для задачі №1 завдання 3 наведені у таблиці 4.4-8. Кожний варіант даних - це відповідний стовпчик в таблиці. Для прикладу тридцять вихідних значень варіанта 7 виділені кольором.

При виконанні задачі №1 необхідно:

- 1) розрахувати розмах;
- 2) визначити інтервали і згрупувати вихідні дані;
- 3) визначити середні значення кожного інтервалу;
- 4) прорахувати число даних в кожному інтервалі;
- 5) розрахувати для кожного інтервалу частість;
- 6) визначити середнє;
- 7) представити розрахунки в табличному вигляді (приклад зразку табл.4.3-1);
- 8) розрахувати емпіричне середнє квадратичне (за формулами 4.3-4 або 3.5-4);
- 9) побудувати гістограму та полігон і провести візуальний аналіз закону розподілу похибок виміру;
- 10) за формулами 4.3-5 та 4.3-6 розрахувати надійний інтервал при  $\mathcal{P} = 0,95$ .

#### 4.3.3 Визначення необхідної кількості вимірювань

Результати вимірів повинні мати нормальний закон розподілу, бути рівноточними і незалежними.

Розглянемо два варіанта розрахунків необхідної кількості вимірювань:

- 1) відома середня квадратична помилка вимірювань  $\sigma$ ;
- 2) невідома середня квадратична помилка вимірювань.

#### 4.3.3.1 Відома середня квадратична помилка вимірювань

По-перше треба задатись необхідною точністю вимірювання  $\varepsilon$  та необхідною надійністю  $\mathcal{P}$ . Для технічних засобів вимірювання прийнято задаватись надійністю  $\mathcal{P} = 0,95$ , точність вимірювання  $\varepsilon$  призначається, виходячи з вимог завдання до точності отримання результатів вимірювання.

Необхідна кількість вимірювань для досягнення необхідної точності  $\varepsilon$  та необхідної надійності  $\mathcal{P}$  визначається за формулою (3.5-15)  $n \geq \left[ \frac{t(\mathcal{P})}{\varepsilon} \right]^2 \sigma^2$ , де  $t = t(\mathcal{P})$  знаходиться з рівності  $2\Phi(t) = \mathcal{P}$  по табл. 3.5-2.

Приклад.

Для розрахунків використовуємо дані приклада, наведеного в частині 4.3.2 табл.4.3-1. Знайдемо кількість вимірювань  $N$  для одержання довірчої оцінки заданої нами точності  $\varepsilon = 0,003$  з прийнятою надійністю  $\mathcal{P} = 0,95$  при середньому квадратичному відхиленні вимірювань  $\sigma = 0,01$ .

Для  $\mathcal{P} = 0,95$  по табл. 3.5-2 находимо значення  $t$  через зворотну функцію  $t = t(\mathcal{P})$   $t = 1,96$ .

$$n \geq \left[ \frac{1,96}{0,003} \right]^2 \times (0,01)^2 = 42 \text{ (виміри)}.$$

#### Для порівняння.

Зменшим значення точності  $\varepsilon = 0,005$  при тих самих вимогах до  $\mathcal{P} = 0,95$  та  $\sigma = 0,01$ .

$$n \geq \left[ \frac{1,96}{0,005} \right]^2 \times (0,01)^2 = 16 \text{ (вимірів)}.$$

#### 4.3.3.2 Невідома середня квадратична помилка вимірювань

1. На практиці, коли середня квадратична помилка відхилення вимірювань  $\sigma$  невідома замість неї використовують емпіричний стандарт формула (3.5-9)

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \text{ та формули (3.5-5); (3.5-11).}$$

2. Необхідна кількість вимірювань  $n$  визначається по табл. 3.5-4. при надійності  $\mathcal{P} = 0,95$  в залежності від відношення  $q = \varepsilon/s$ , де оцінки точності вимірювання  $\varepsilon$ ,  $s$  - майбутній емпіричний стандарт помилки.



### Приклад

Для розрахунків використаємо частину даних  $N=100$  з прикладу, наведеного в табл.4.3-1. Вибірка відповідних даних, яка обов'язково повинна мати нормальний закон розподілу, наведена у табл.4.3-2. Для цієї вибірки (загальним об'ємом сто значень) проведемо розрахунки точності вимірювань.

Таблиця 4.3-2.

Значення вимірюваних величин

| Інтервал дійсних розмірів $(x_i)$ , мм<br>від до | Середнє значення інтервалу $(x^*)$ , мм | Число деталей в інтервалі* $(n_i)$ , шт | Відхилення від середнього значення $(x_i - \bar{x})$ , шт | Частість $(\frac{n_i}{N})$         |
|--------------------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------------------------|------------------------------------|
| 11,930 11,940                                    | 11,935                                  | 4                                       | -0,03                                                     | 0,04                               |
| 11,940 11,950                                    | 11,945                                  | 12                                      | -0,02                                                     | 0,12                               |
| 11,950 11,960                                    | 11,955                                  | 24                                      | -0,01                                                     | 0,24                               |
| 11,960 11,970                                    | 11,965                                  | 28                                      | 0,00                                                      | 0,28                               |
| 11,970 11,980                                    | 11,975                                  | 17                                      | +0,01                                                     | 0,17                               |
| 11,980 11,990                                    | 11,985                                  | 13                                      | +0,02                                                     | 0,13                               |
| 11,990 12,000                                    | 11,995                                  | 2                                       | +0,03                                                     | 0,02                               |
| середнє $\bar{x} = 11,965$                       | -                                       | $N = \sum_{i=1}^l n_i = 100$            | -                                                         | $\sum_{i=1}^l (\frac{n_i}{N}) = 1$ |

Результати розрахунків оцінок  $\bar{x}$  та  $S$  отримані за формулами приведеними в розділі 4.3.1.

$$\bar{x} = 11,965; S = 0,012;$$

По табл. 3.5-3 для  $n = 100$   $t(0,95;100) = 1,984$  довірна оцінка істинного значення  $x$  з формули (3.5-11):

$$|x - \bar{x}| = |x - 11,965| < 1,984 \times \frac{S}{\sqrt{n}} = 1,984 \times \frac{0,012}{\sqrt{100}} = 0,0023.$$

Прийmemo оцінку точності вимірювання  $\varepsilon = 0,0023$ . Майбутній емпіричний стандарт помилки  $S = 0,012$ . Прорахуємо відношення  $q = \varepsilon/S = 0,0023/0,012 = 0,19$ . Приймемо  $q \approx 0,2$ . В табл.3.5-4 при заданій надійності  $\mathcal{P} = 0,95$  (другий стовпчик) та  $q = 0,2$  (п'ята строка) необхідна кількість вимірювань  $n = 99$ .

По таблиці можна швидко оцінити, наскільки зменшується необхідна кількість вимірювань при збільшенні значення оцінки точності  $\varepsilon$ . Наприклад, якщо нас задовольняє точність виміру  $\varepsilon = 0,0115$  ( $q = \varepsilon/S = 0,0115/0,012 \approx 1,0$ ), то необхідна кількість вимірів зменшується до  $N = 7$ .

### Практична рекомендація

Більший ефект дає підвищення точності окремих вимірювань.

### ЗАДАЧА №2

Вихідні дані по варіантах (з 21 по 40) для задачі №2 завдання 3 приведені у таблиці 4.4-8. Розрахунки проводимо для випадку, коли невідома середня квадратична помилка вимірювань.

При виконанні завдання №2 необхідно:

- 1) прорахувати середнє арифметичне  $\bar{x}$ ;
- 2) знайти емпіричний стандарт  $S$  (формула 3.5-9);
- 3) по таблиці 3.5-3 для  $n = 20$  знайти значення квантиля Стюдента  $t(\mathcal{P}; n)$ ;
- 4) визначити при певному  $\varepsilon$  відношення  $q = \varepsilon/S$ ;
- 5) по таблиці 3.5-4 знайти необхідну кількість вимірів;
- 6) зменшити точність на 30% і порівняти отримані результати.

### 4.4 Вихідні дані до розрахунково-графічної роботи

Таблиця 4.4-1

Варіант завдання 1

| Варіант             | 1      | 2       | 3       | 4        | 5        | 6        | 7      | 8       | 9       |
|---------------------|--------|---------|---------|----------|----------|----------|--------|---------|---------|
| Задачі№1 таб. 4.4-2 | 1,2,3  | 4,5,6   | 7,8,9   | 10,11,12 | 13,14,15 | 1,4,7    | 2,5,8  | 3,6,9   | 1,10,13 |
| Задачі№2 таб. 4.4-3 | 1,8    | 3,4     | 5,6     | 7,8      | 2,10     | 9,3      | 4,6    | 6,7     | 5,8     |
| Варіант             | 10     | 11      | 12      | 13       | 14       | 15       | 16     | 17      | 18      |
| Задачі№1 таб. 4.4-2 | 2,9,14 | 3,12,15 | 5,11,15 | 4,7,13   | 6,8,11   | 10,14,12 | 1,5,9  | 2,4,10  | 3,7,14  |
| Задачі№2 таб. 4.4-3 | 2,7    | 1,3     | 2,9     | 1,6      | 6,9      | 8,1      | 8,9    | 3,10    | 4,8     |
| Варіант             | 19     | 20      | 21      | 22       | 23       | 24       | 25     | 26      | 27      |
| Задачі№1 таб. 4.4-2 | 1,5,12 | 2,11,14 | 3,8,13  | 4,7,10   | 6,12,15  | 8,11,13  | 5,9,15 | 6,11,18 | 5,8,2   |
| Задачі№2 таб. 4.4-3 | 6,10   | 3,7     | 1,2     | 5,3      | 2,5      | 2,4      | 2,7    | 3,7     | 1,3     |



Таблиця 4.4-4

## Номенклатура приладів

| Задача № 1     |     | Задача № 2  |     |
|----------------|-----|-------------|-----|
| Назва П1       | Код | Назва П2    | Код |
| амперметр      | 1   | омметр      | 1   |
| вольтметр      | 2   | амперметр   | 2   |
| ампервольтметр | 3   | вольтметр   | 3   |
| манометр       | 4   | частотометр | 4   |
| моновакuumметр | 5   | pH-метр     | 5   |
| гальванометр   | 6   | термометр   | 6   |
| мегаомметр     | 7   | манометр    | 7   |

Таблиця 4.4-5

## Задача № 1

| Позначення КЛ1 | Код |
|----------------|-----|
| 0,1            | 1   |
| 0,25           | 2   |
| 0,4            | 3   |
| 1,5            | 4   |
| 2,5            | 5   |
| 0,3            | 6   |
| 0,6            | 7   |
| 5              | 8   |
| 1              | 9   |
| 0,4            | 10  |
| 0,6/0,3        | 11  |

## Задача № 2

| Позначення КЛ2 | Код |
|----------------|-----|
| 0,15           | 1   |
| 0,15/0,6       | 2   |
| 1,6/0,25       | 3   |
| 1,5            | 4   |
| 2,5            | 5   |
| 0,4/0,6        | 6   |
| 3,0            | 7   |
| 0,25/0,6       | 8   |

Таблиця 4.4-6

## Вихідні дані до завдання 2

| Варіанти | Q'    | C'  | E <sub>0</sub> | m   | q  | C <sub>дозв</sub><br>мг/л | Варіанти k <sub>q</sub> і k <sub>c</sub> |                |                |                |                |                |
|----------|-------|-----|----------------|-----|----|---------------------------|------------------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|          |       |     |                |     |    |                           | по блокам годин доби (табл.4.4-7)        |                |                |                |                |                |
|          |       |     |                |     |    |                           | 0-8                                      |                | 8-16           |                | 16-24          |                |
|          |       |     |                |     |    |                           | k <sub>q</sub>                           | k <sub>c</sub> | k <sub>q</sub> | k <sub>c</sub> | k <sub>q</sub> | k <sub>c</sub> |
| 1        | 14000 | 400 | 0,9            | 300 | 15 | 76                        | 2                                        | 3              | 1              | 3              | 3              | 2              |
| 2        | 18000 | 30  | 0,8            | 250 | 15 | 11                        | 3                                        | 1              | 3              | 2              | 1              | 1              |
| 3        | 15000 | 380 | 0,75           | 200 | 17 | 148                       | 2                                        | 3              | 1              | 2              | 2              | 3              |
| 4        | 12000 | 340 | 0,85           | 200 | 15 | 95                        | 1                                        | 3              | 3              | 1              | 3              | 2              |
| 5        | 17000 | 32  | 0,8            | 250 | 13 | 11                        | 3                                        | 2              | 2              | 1              | 1              | 2              |
| 6        | 17000 | 360 | 0,85           | 220 | 14 | 121                       | 1                                        | 3              | 2              | 2              | 3              | 2              |
| 7        | 16000 | 40  | 0,9            | 200 | 14 | 13                        | 3                                        | 3              | 1              | 3              | 3              | 3              |
| 8        | 14000 | 320 | 0,75           | 210 | 23 | 115                       | 2                                        | 3              | 2              | 2              | 1              | 1              |
| 9        | 13000 | 35  | 0,8            | 180 | 27 | 13                        | 1                                        | 2              | 2              | 3              | 1              | 1              |
| 10       | 19000 | 380 | 0,65           | 150 | 28 | 206                       | 2                                        | 1              | 2              | 3              | 3              | 1              |
| 11       | 16000 | 55  | 0,7            | 210 | 26 | 23                        | 3                                        | 2              | 2              | 3              | 2              | 2              |

Таблиця 4.4-2

## Задача №1

| Приклади<br>задачі №1 | К о д и      |               | Шкала П1<br>рис.4.1-4.5 | Y <sub>min</sub> | Параметри        |      | Одиниці<br>виміру |
|-----------------------|--------------|---------------|-------------------------|------------------|------------------|------|-------------------|
|                       | П1 таб.4.4-4 | КЛ1 таб.4.4-5 |                         |                  | Y <sub>max</sub> | Y1   |                   |
| 1                     | 1            | 1             | 1                       | 0                | 20               | 14,5 | А                 |
| 2                     | 2            | 2             | 2                       | 5                | 50               | 22   | В                 |
| 3                     | 4            | 4             | 4                       | 0,1              | 10               | 3,5  | МПа               |
| 4                     | 3            | 3             | 3                       | -10              | +20              | -7   | В                 |
| 5                     | 5            | 5             | 5                       | 0,01             | 6                | 0,8  | МПа               |
| 6                     | 6            | 11            | 3                       | -30              | +10              | +8   | мА                |
| 7                     | 7            | 10            | 4                       | 0                | 500              | 45   | МОм               |
| 8                     | 7            | 6             | 5                       | 10               | 100              | 35   | МОм               |
| 9                     | 6            | 9             | 1                       | 0                | 1,5              | 0,35 | А                 |
| 10                    | 4            | 7             | 5                       | 0,1              | 4                | 0,6  | МПа               |
| 11                    | 5            | 11            | 2                       | 0,05             | 0,2              | 0,15 | МПа               |
| 12                    | 3            | 8             | 1                       | 0                | 50               | 18   | А                 |
| 13                    | 1            | 7             | 4                       | 0,1              | 100              | 8    | А                 |
| 14                    | 2            | 5             | 3                       | -30              | +20              | +4   | В                 |
| 15                    | 4            | 2             | 2                       | 0,1              | 1                | 0,45 | МПа               |

Таблиця 4.4-3

## Задача №2.

| Приклади<br>задачі №2 | К о д и      |               | Шкала П2<br>рис.4.1-4.5 | Y <sub>min</sub> | Параметри        |     |                  | Одиниці<br>виміру |
|-----------------------|--------------|---------------|-------------------------|------------------|------------------|-----|------------------|-------------------|
|                       | П2 таб.4.4-4 | КЛ2 таб.4.4-5 |                         |                  | Y <sub>max</sub> | Y2  | Y <sub>ном</sub> |                   |
| 1                     | 1            | 1             | 5                       | 1                | 180              | 60  | 140              | Ом                |
| 2                     | 2            | 2             | 2                       | 0,5              | 1,5              | 0,8 | 1,2              | А                 |
| 3                     | 3            | 3             | 1                       | 0                | 20               | 14  | 10               | В                 |
| 4                     | 4            | 4             | ЦТ                      | -                | -                | 46  | 50               | Гц                |
| 5                     | 5            | 7             | 2                       | 1                | 14               | 4,5 | 7                | -                 |
| 6                     | 6            | 6             | 3                       | -5               | 20               | 12  | 8                | °С                |
| 7                     | 7            | 5             | 4                       | 0,1              | 10               | 0,4 | 5                | МПа               |
| 8                     | 4            | 8             | ЦТ                      | -                | -                | 47  | 50               | Гц                |
| 9                     | 2            | 1             | 1                       | 0                | 55               | 22  | 15               | А                 |
| 10                    | 3            | 7             | 2                       | 10               | 80               | 35  | 50               | В                 |

ЦТ-цифрове табло



Таблиця 4.4-6

Вихідні дані до завдання 2

| Варіанти | $Q'$  | $C'$ | $E_0$ | $M$ | $q$ | $C_{дозв}$<br>мг/л | Варіанти $k_q$ і $k_c$<br>по блокам годин доби (табл.4.4-7) |       |       |       |       |       |
|----------|-------|------|-------|-----|-----|--------------------|-------------------------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|          |       |      |       |     |     |                    | 0-8                                                         |       | 8-16  |       | 16-24 |       |
|          |       |      |       |     |     |                    | $k_q$                                                       | $k_c$ | $k_q$ | $k_c$ | $k_q$ | $k_c$ |
| 12       | 16000 | 85   | 0,75  | 140 | 24  | 41                 | 2                                                           | 3     | 3     | 3     | 2     | 1     |
| 13       | 20000 | 290  | 0,8   | 300 | 15  | 95                 | 1                                                           | 2     | 1     | 1     | 3     | 1     |
| 14       | 18000 | 65   | 0,85  | 110 | 37  | 34                 | 1                                                           | 2     | 1     | 2     | 1     | 3     |
| 15       | 16000 | 180  | 0,75  | 250 | 16  | 63                 | 2                                                           | 1     | 3     | 2     | 1     | 2     |
| 16       | 20000 | 45   | 0,7   | 120 | 14  | 26                 | 2                                                           | 3     | 3     | 1     | 3     | 1     |
| 17       | 18000 | 42   | 0,8   | 280 | 28  | 14                 | 1                                                           | 2     | 2     | 1     | 2     | 3     |
| 18       | 22000 | 29   | 0,65  | 220 | 37  | 15                 | 1                                                           | (3)   | 1     | (1)   | 2     | (3)   |
| 19       | 25000 | 150  | 0,7   | 140 | 15  | 87                 | 1                                                           | 2     | 3     | 2     | 1     | 1     |
| 20       | 20000 | 65   | 0,65  | 200 | 46  | 33                 | 2                                                           | 1     | 2     | 3     | 2     | 2     |
| 21       | 19000 | 270  | 0,75  | 310 | 25  | 93                 | 1                                                           | 1     | 3     | 1     | 2     | 3     |
| 22       | 22000 | 180  | 0,65  | 250 | 14  | 85                 | 3                                                           | 1     | 1     | 1     | 2     | 1     |
| 23       | 20000 | 45   | 0,7   | 240 | 35  | 20                 | 1                                                           | 2     | 3     | 2     | 2     | 2     |
| 24       | 16000 | 230  | 0,65  | 190 | 16  | 106                | 2                                                           | 1     | 1     | 3     | 1     | 3     |
| 25       | 14000 | 270  | 0,7   | 220 | 48  | 107                | 3                                                           | 1     | 1     | 1     | 1     | 2     |
| 26       | 18000 | 55   | 0,75  | 170 | 14  | 24                 | 3                                                           | 1     | 3     | 2     | 3     | 3     |
| 27       | 22000 | 38   | 0,65  | 210 | 18  | <del>17</del>      | 3                                                           | 2     | 2     | 3     | 3     | 3     |

Таблиця 4.4-7

Варіанти  $k_q$  і  $k_c$  по блокам годин доби

| Блоки<br>годин доби | Варіанти $k_q$ |      |      | Варіанти $k_c$ |     |     |
|---------------------|----------------|------|------|----------------|-----|-----|
|                     | 1              | 2    | 3    | 1              | 2   | 3   |
| 0-2                 | 0,03           | 0,03 | 0,03 | 0,5            | 0,6 | 0,5 |
| 2-4                 | 0,04           | 0,03 | 0,04 | 0,5            | 0,7 | 0,5 |
| 4-6                 | 0,04           | 0,05 | 0,05 | 0,7            | 0,7 | 0,6 |
| 6-8                 | 0,09           | 0,09 | 0,08 | 0,5            | 0,5 | 0,6 |
| 8-10                | 0,1            | 0,11 | 0,12 | 0,8            | 0,6 | 0,6 |
| 10-12               | 0,1            | 0,12 | 0,1  | 0,6            | 0,8 | 0,7 |
| 12-14               | 0,16           | 0,15 | 0,14 | 0,7            | 0,8 | 0,8 |
| 14-16               | 0,14           | 0,12 | 0,14 | 0,8            | 0,6 | 0,8 |
| 16-18               | 0,14           | 0,13 | 0,12 | 0,7            | 0,7 | 0,6 |
| 18-20               | 0,08           | 0,08 | 0,09 | 0,6            | 0,8 | 0,7 |
| 20-22               | 0,05           | 0,06 | 0,06 | 0,8            | 0,6 | 0,6 |
| 22-24               | 0,03           | 0,03 | 0,03 | 0,5            | 0,7 | 0,8 |

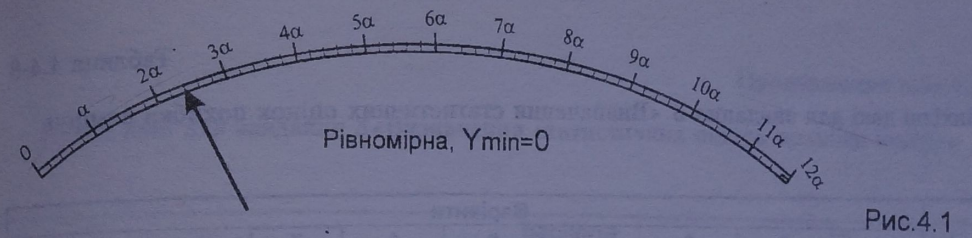


Рис.4.1

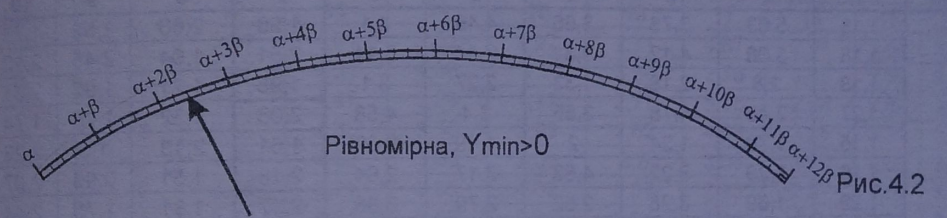


Рис.4.2

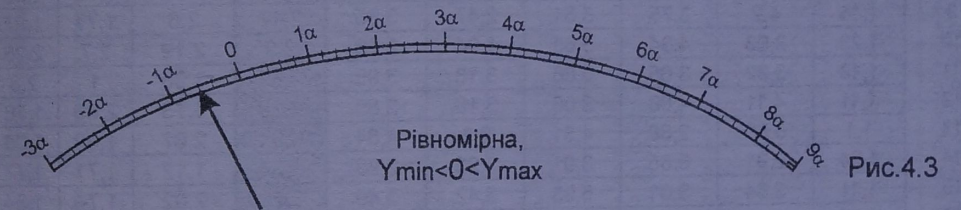


Рис.4.3

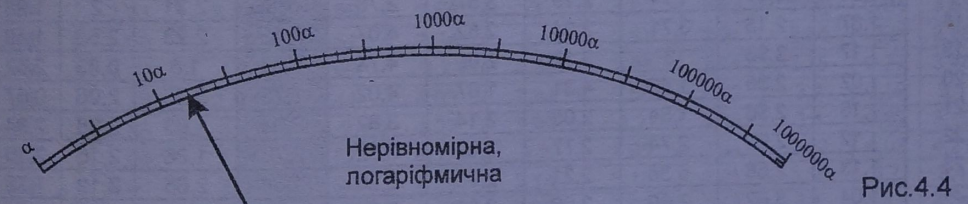


Рис.4.4

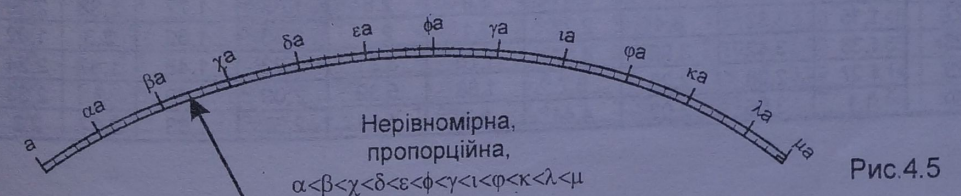


Рис.4.5

Варіанти шкали приладу



Таблиця 4.4-8

Вихідні дані для завдання 3 «Визначення статистичних оцінок похибки виміру»

| Дані | Варіанти |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|      | 1        | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
| 1    | 1,18     | 5,03 | 3,73 | 3,65 | 4,46 | 4,1  | 1,98 | 2,66 | 1,52 | 1,73 |
| 2    | 1,18     | 3,08 | 4,12 | 3,31 | 2,44 | 3,14 | 2,51 | 1,94 | 2,45 | 2,12 |
| 3    | 1,13     | 2,8  | 2,18 | 1,33 | 2,27 | 3,1  | 1,95 | 1,21 | 1,92 | 2,31 |
| 4    | 1,27     | 2,49 | 4,18 | 3,55 | 3,4  | 4,58 | 2,06 | 1,32 | 1,76 | 1,74 |
| 5    | 1,15     | 1,79 | 1,24 | 2    | 4,49 | 2,62 | 1,61 | 2,13 | 1,9  | 2,23 |
| 6    | 1,16     | 2,29 | 3,22 | 4,53 | 3,17 | 2,64 | 2,19 | 1,51 | 0,99 | 2,07 |
| 7    | 1,29     | 1,69 | 3,28 | 2,52 | 2,79 | 3,86 | 2,17 | 1,91 | 1,75 | 2,44 |
| 8    | 1,22     | 3,55 | 2,56 | 2,28 | 4,36 | 2,41 | 1,14 | 2,32 | 2,79 | 2,63 |
| 9    | 1,16     | 4,2  | 3,75 | 3,51 | 2,47 | 3,85 | 2,17 | 2,6  | 1,77 | 1,87 |
| 10   | 1,23     | 3,03 | 4,34 | 3,85 | 1,94 | 2,23 | 2,9  | 2,19 | 2,7  | 2,25 |
| 11   | 1,13     | 3,32 | 3,05 | 0,86 | 3,18 | 3,95 | 2,32 | 1,98 | 1    | 2,3  |
| 12   | 1,11     | 4,11 | 4,08 | 3,08 | 3,18 | 2,85 | 1,29 | 1,73 | 2,65 | 1,76 |
| 13   | 1,1      | 3,66 | 2,68 | 4,31 | 2,2  | 4,84 | 0,94 | 2,07 | 1,89 | 1,06 |
| 14   | 1,24     | 2,91 | 3,35 | 3,01 | 3,25 | 2,89 | 1,04 | 1,12 | 1,71 | 1,77 |
| 15   | 1,11     | 3,64 | 3,61 | 5,93 | 3,42 | 3,49 | 3,26 | 2,02 | 1,74 | 1,54 |
| 16   | 1,04     | 2,96 | 3,26 | 2,79 | 3,95 | 1,57 | 1,76 | 2,1  | 2,09 | 1,17 |
| 17   | 1,21     | 4,47 | 1,74 | 2,19 | 3,57 | 2,78 | 1,8  | 2,31 | 2    | 1,88 |
| 18   | 1,07     | 2,16 | 3,71 | 3,04 | 2,52 | 4,07 | 2,45 | 2,23 | 2,53 | 1,49 |
| 19   | 1,17     | 3,96 | 3    | 3,12 | 2,09 | 4,74 | 1,83 | 1,8  | 0,83 | 2,62 |
| 20   | 1,02     | 2,36 | 1,59 | 4,31 | 1,67 | 4,02 | 1,73 | 3,05 | 2,06 | 0,67 |
| 21   | 1,16     | 2,56 | 1,84 | 2,05 | 2,14 | 3,82 | 2,04 | 1,63 | 2,08 | 2,94 |
| 22   | 1,12     | 2,99 | 2,74 | 2,77 | 3,02 | 3,32 | 2,76 | 1,36 | 2,16 | 2,16 |
| 23   | 1,13     | 2,58 | 5,38 | 2,21 | 2,98 | 2,26 | 1,84 | 2,65 | 2,19 | 1,75 |
| 24   | 1,04     | 3,02 | 2,69 | 2,96 | 2,88 | 2,77 | 0,92 | 1,33 | 1,26 | 2,07 |
| 25   | 1,23     | 4,14 | 2,23 | 4,25 | 0,3  | 4,16 | 1,98 | 2,15 | 1,57 | 1,81 |
| 26   | 1,07     | 2,82 | 4    | 3,61 | 2,9  | 2,8  | 1,63 | 1,77 | 2,38 | 2,39 |
| 27   | 1,15     | 3,32 | 3,4  | 2,22 | 3,1  | 2,1  | 1,55 | 1,62 | 2,3  | 1,02 |
| 28   | 1,38     | 3,42 | 3,98 | 4,37 | 1,76 | 3,21 | 2,23 | 1,48 | 1,87 | 2,24 |
| 29   | 1,27     | 2,98 | 2,26 | 3,7  | 1,66 | 5,39 | 2,09 | 1,69 | 3    | 2,53 |
| 30   | 1,1      | 3,65 | 3,02 | 4,44 | 2,7  | 1,91 | 2,37 | 1,63 | 2,37 | 2,2  |

Продовження табл.4.4-8

Вхідні дані для завдання 3 «Визначення статистичних оцінок похибки виміру»

| Дані | Варіанти |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|      | 11       | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   | 17   | 18   | 19   | 20   |
| 1    | 3,72     | 3,51 | 4,01 | 3,52 | 1,92 | 2,71 | 4,67 | 2,94 | 2,64 | 3,29 |
| 2    | 4,07     | 3,57 | 3,51 | 4,68 | 1,3  | 3,28 | 2,76 | 3,62 | 2,39 | 3,33 |
| 3    | 4,21     | 4,64 | 4,47 | 3,39 | 1,77 | 2,77 | 5,78 | 2,59 | 2,64 | 3,24 |
| 4    | 3,89     | 3,68 | 4,33 | 3,55 | 2,92 | 2,62 | 4,83 | 3,28 | 3,31 | 3,01 |
| 5    | 3,68     | 4,07 | 4,62 | 3,69 | 2,03 | 3,8  | 3,08 | 3,06 | 2,67 | 3,27 |
| 6    | 3,42     | 3,55 | 3,71 | 3,65 | 4,02 | 0,69 | 3,95 | 2,87 | 3,94 | 3,22 |
| 7    | 5,07     | 3,74 | 4,34 | 3,68 | 2,65 | 3,61 | 2,44 | 2,9  | 3,03 | 2,99 |
| 8    | 4,07     | 3,53 | 4,14 | 3,84 | 1,72 | 3,51 | 2,74 | 2,56 | 2,95 | 2,73 |
| 9    | 3,39     | 3,95 | 2,99 | 4,2  | 3,42 | 3,88 | 3,35 | 3,45 | 3,51 | 3,04 |
| 10   | 4,53     | 4,51 | 3,18 | 4    | 3,13 | 3,21 | 2,59 | 3,64 | 2,66 | 2,84 |
| 11   | 3,66     | 4,26 | 4,66 | 3,69 | 3,03 | 3,11 | 2,94 | 2,06 | 2,54 | 3,96 |
| 12   | 3,87     | 4,28 | 3,26 | 5,11 | 3,16 | 2,07 | 2,53 | 3,71 | 3,72 | 2,16 |
| 13   | 4,17     | 3,76 | 3,8  | 3,2  | 2,32 | 2,05 | 4,16 | 2,88 | 3,25 | 4,21 |
| 14   | 4,54     | 3,62 | 3,95 | 4,77 | 4,21 | 3,69 | 3,77 | 3,19 | 3,6  | 3,51 |
| 15   | 3,4      | 3,54 | 4,41 | 4,31 | 4,48 | 1,22 | 0,96 | 4,06 | 3,13 | 2,58 |
| 16   | 4,1      | 3,78 | 4,75 | 3,99 | 3,46 | 4,85 | 4,62 | 3,23 | 2,61 | 3,85 |
| 17   | 3,81     | 3,64 | 3,98 | 3,68 | 3    | 3,83 | 3,61 | 2,96 | 3,61 | 3,51 |
| 18   | 4,06     | 3,79 | 4,51 | 3,24 | 2,4  | 2,53 | 2,31 | 2,64 | 3,2  | 2,98 |
| 19   | 3,97     | 4,5  | 2,99 | 3,7  | 4,68 | 2,86 | 3,71 | 2,75 | 3,27 | 3,46 |
| 20   | 3,77     | 3,52 | 4,44 | 4,03 | 2,84 | 3,56 | 2,02 | 3,2  | 3,16 | 3,1  |
| 21   | 4,85     | 4,4  | 4,2  | 4,22 | 1,99 | 4,2  | 4,85 | 3,4  | 2,92 | 3,15 |
| 22   | 5,04     | 3,9  | 4,57 | 4,17 | 5,2  | 1,95 | 3,94 | 2,92 | 4,03 | 4,21 |
| 23   | 4,01     | 3,6  | 3,94 | 4,59 | 3,14 | 3,13 | 4,81 | 3,18 | 3,7  | 3,1  |
| 24   | 3,59     | 4,07 | 4,47 | 4,18 | 2,27 | 3,93 | 2,42 | 3,4  | 3    | 3,34 |
| 25   | 3,96     | 3,83 | 3,73 | 3,41 | 2,97 | 2,69 | 2,29 | 2,36 | 3,3  | 2,82 |
| 26   | 4,4      | 3,66 | 2,98 | 4,56 | 1,84 | 0,58 | 4,49 | 3,17 | 3,28 | 3,7  |
| 27   | 4,57     | 4,01 | 4,17 | 4,03 | 2,53 | 3,68 | 1,53 | 3,26 | 2,48 | 3,1  |
| 28   | 4,4      | 3,7  | 4,21 | 4,85 | 3,59 | 2,41 | 2,18 | 2,93 | 3,65 | 4,12 |
| 29   | 3,84     | 3,32 | 3,85 | 4,6  | 3,8  | 3    | 2,8  | 3,22 | 3,14 | 3,6  |
| 30   | 3,88     | 3,99 | 4,2  | 5,46 | 2,4  | 3,36 | 2,81 | 2,77 | 3,55 | 3,27 |



Вхідні дані для завдання 3 «Визначення статистичних оцінок похибки виміру»

| Дані          | Варіанти |      |       |      |      |      |      |      |      |      |
|---------------|----------|------|-------|------|------|------|------|------|------|------|
|               | 21       | 22   | 23    | 24   | 25   | 26   | 27   | 28   | 29   | 30   |
| 1             | 4,11     | 3,58 | 2,65  | 3,91 | 1,3  | 1,24 | 4,8  | 4,37 | 2,77 | 4,23 |
| 2             | 3,37     | 4,32 | 4,06  | 2,44 | 3,3  | 2,43 | 2,14 | 2,67 | 3,81 | 2,49 |
| 3             | 4,89     | 3,48 | 2,8   | 3,29 | 3,05 | 4,43 | 2,2  | 3,19 | 3,67 | 2,73 |
| 4             | 3,09     | 3,87 | 5,56  | 4,32 | 3,3  | 1,97 | 2,82 | 0,45 | 2,06 | 1,67 |
| 5             | 2,91     | 2,41 | 2,83  | 4,04 | 3,45 | 3,83 | 4,8  | 2,98 | 2,72 | 2,26 |
| 6             | 2,21     | 4,39 | 4,83  | 3,96 | 1,86 | 5,08 | 2,88 | 3,41 | 2,95 | 2,12 |
| 7             | 3,97     | 3,02 | 3,17  | 3,51 | 4,86 | 2,35 | 2,6  | 0,75 | 2,39 | 1,64 |
| 8             | 4,86     | 0,65 | 2,7   | 3,14 | 1,97 | 3,38 | 3,62 | 1,08 | 3,73 | 2,38 |
| 9             | 3,74     | 1,33 | 2,16  | 2,35 | 2,35 | 3,38 | 3,07 | 3,09 | 4,2  | 4,36 |
| 10            | 2,58     | 2,03 | 3     | 2,7  | 4,34 | 2,58 | 1,49 | 3,19 | 4,04 | 2,37 |
| 11            | 3,17     | 3,01 | 4,94  | 2    | 2,37 | 4,34 | 2,03 | 2,37 | 3,54 | 2,06 |
| 12            | 2,17     | 3,18 | 2,21  | 2,84 | 2,93 | 0,95 | 2,84 | 2,19 | 1,35 | 3,96 |
| 13            | 2,1      | 2,77 | 2,75  | 1,63 | 3,1  | 2,14 | 3,48 | 2,28 | 3,5  | 4,25 |
| 14            | 2,48     | 2,88 | 4,33  | 1,7  | 1,26 | 2,93 | 3,44 | 3,86 | 1,82 | 4,43 |
| 15            | 4,18     | 2,33 | 3,29  | 4,63 | 3,53 | 2,99 | 4,87 | 3,47 | 1,59 | 2,55 |
| 16            | 2,18     | 4,3  | 2,5   | 1,08 | 3,41 | 3,3  | 1,91 | 4,33 | 2,1  | 2,27 |
| 17            | 2,9      | 0,99 | 2,64  | 3,14 | 2,15 | 3,05 | 1,67 | 3,26 | 3,9  | 2,84 |
| 18            | 2,68     | 3,51 | 4,6   | 2,41 | 3,51 | 2,98 | 2,57 | 1,58 | 3,29 | 3,14 |
| 19            | 2,74     | 1,6  | 2,96  | 3,58 | 3,8  | 3,67 | 4,25 | 3,63 | 2,54 | 2,37 |
| 20            | 3,11     | 2,49 | 2,96  | 1,68 | 3,05 | 2,66 | 3,48 | 2,32 | 3,53 | 3,77 |
| 21            | 3,01     | 4,54 | 2,97  | 4,15 | 3,06 | 4,91 | 2,61 | 2,82 | 3,15 | 2,4  |
| 22            | 4,96     | 4,14 | 2,82  | 3,79 | 3,68 | 4,21 | 3,04 | 2,65 | 3,83 | 4,23 |
| 23            | 0,6      | 1,14 | 1,41  | 2,59 | 4,45 | 5,08 | 2,94 | 3,55 | 3,53 | 2,68 |
| 24            | 3,31     | 3,05 | -0,23 | 2,55 | 4,42 | 1,4  | 3,57 | 2,95 | 3,03 | 1,3  |
| 25            | 3,48     | 3,64 | 4,76  | 2,66 | 2,86 | 3,51 | 2,11 | 2,29 | 3,23 | 2,52 |
| 26            | 3,46     | 4,26 | 2,46  | 2,11 | 2,23 | 1,72 | 3,71 | 3,32 | 5,3  | 3,71 |
| 27            | 1,99     | 2,62 | 5,18  | 1,8  | 1,61 | 2,44 | 3,33 | 4,34 | 2,99 | 3,38 |
| 28            | 2,59     | 2,71 | 3,03  | 5,15 | 3,27 | 1,96 | 2,22 | 3,03 | 3,07 | 3,45 |
| 29            | 2,03     | 3    | 3,57  | 2,51 | 4,16 | 3,09 | 1,94 | 1,5  | 1,6  | 3,09 |
| 30            | 4,09     | 5,13 | 5,18  | 2,01 | 3,96 | 2,71 | 3,71 | 2,92 | 2,98 | 2,34 |
| $\varepsilon$ | 0,1      | 0,15 | 0,2   | 0,16 | 0,13 | 0,15 | 0,21 | 0,3  | 0,17 | 0,16 |

Вхідні дані для завдання 3 «Визначення статистичних оцінок похибки виміру»

| Дані          | Варіанти |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------------|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|               | 31       | 32   | 33   | 34   | 35   | 36   | 37   | 38   | 39   | 40   |
| 1             | 2,91     | 2,23 | 2,21 | 2,5  | 2,39 | 3,34 | 3,17 | 3,04 | 2,93 | 3,78 |
| 2             | 3,36     | 1,08 | 2,19 | 2,29 | 2,63 | 2,79 | 3,55 | 3,11 | 4,1  | 2,86 |
| 3             | 2,85     | 3,58 | 2,14 | 3,63 | 2,62 | 2,81 | 2,98 | 3,78 | 2,84 | 0,44 |
| 4             | 2,07     | 1,04 | 2,04 | 4,28 | 3,13 | 3,11 | 4,89 | 4,34 | 0,86 | 3,3  |
| 5             | 3,24     | 3,57 | 2,36 | 3,11 | 3,1  | 3,57 | 4,23 | 4,44 | 2,83 | 5,04 |
| 6             | 2,53     | 2,13 | 2,29 | 3,22 | 3,27 | 3,56 | 3,59 | 2,2  | 5,04 | 3    |
| 7             | 2,48     | 3,72 | 2,25 | 2,23 | 2,62 | 3,01 | 2,87 | 3,19 | 3,49 | 3,15 |
| 8             | 2,33     | 2,19 | 2,26 | 3,18 | 4,7  | 3,82 | 2,84 | 4,32 | 2,26 | 1,49 |
| 9             | 2,62     | 3,57 | 2,33 | 2,81 | 3,89 | 3,12 | 2,49 | 3,02 | 5,48 | 2,67 |
| 10            | 3,01     | 3,69 | 2,21 | 2,96 | 2,9  | 3,27 | 1,37 | 3,99 | 2,78 | 2,57 |
| 11            | 3,42     | 1,89 | 2,19 | 2,09 | 1,6  | 4,29 | 3,2  | 3,33 | 3,48 | 1,3  |
| 12            | 2,79     | 4,85 | 2,31 | 1,95 | 2,55 | 2,28 | 1,87 | 2,45 | 4,17 | 4,12 |
| 13            | 3,41     | 3,16 | 2,18 | 2,96 | 4,58 | 1,93 | 3,45 | 2,97 | 2,89 | 1,61 |
| 14            | 3,05     | 2,45 | 2,13 | 3,24 | 3,39 | 3,25 | 2,16 | 3,86 | 3,73 | 3,05 |
| 15            | 3,22     | 2,83 | 2,26 | 3,03 | 3,83 | 3,42 | 2,65 | 3,41 | 2,19 | 2,48 |
| 16            | 3,85     | 1,98 | 2,22 | 2,55 | 2,08 | 3,09 | 3,6  | 3,25 | 3,11 | 2,73 |
| 17            | 2,54     | 2,78 | 2,35 | 3,59 | 3,4  | 2,96 | 3,47 | 2,65 | 3,37 | 3,62 |
| 18            | 3,39     | 2,75 | 2,3  | 3,27 | 2,58 | 3,29 | 3,3  | 1,69 | 2,37 | 2,41 |
| 19            | 3,69     | 2,92 | 2,05 | 2,18 | 2,72 | 3,05 | 4,33 | 3,04 | 2,06 | 0,61 |
| 20            | 3,32     | 1,23 | 2,34 | 3,32 | 2,29 | 3,12 | 2,07 | 2,3  | 2,8  | 2,41 |
| 21            | 3,13     | 1,91 | 2,39 | 2,34 | 4,31 | 2,61 | 2,41 | 2,92 | 4,28 | 3,91 |
| 22            | 3,59     | 2,45 | 2,22 | 2,94 | 2,81 | 2,75 | 1,62 | 2,51 | 4,02 | 2,12 |
| 23            | 2,86     | 4,07 | 2,28 | 2,19 | 2,45 | 3,7  | 4,43 | 2,3  | 1,08 | 3,33 |
| 24            | 3,19     | 2,83 | 2,3  | 4,5  | 3,36 | 2,95 | 3,82 | 3,98 | 2,85 | 3,38 |
| 25            | 3,15     | 2,75 | 2,19 | 3,44 | 2,14 | 3,87 | 1,85 | 2,78 | 2,11 | 3,04 |
| 26            | 2,9      | 1,97 | 2,32 | 3,77 | 1,98 | 3,16 | 2,9  | 4,01 | 2,79 | 2,06 |
| 27            | 2,07     | 2,74 | 2,25 | 4,01 | 2,23 | 2,83 | 2,86 | 2,51 | 2,94 | 1,4  |
| 28            | 3,18     | 2,22 | 2,12 | 2,6  | 3,34 | 3,47 | 4,15 | 2,69 | 3,99 | 1,61 |
| 29            | 3,94     | 3,39 | 2,2  | 2,49 | 2,7  | 3,41 | 2,65 | 3,05 | 5,06 | 3,69 |
| 30            | 3,57     | 1,06 | 2,24 | 1,76 | 4,84 | 3,27 | 2,44 | 2,33 | 3,86 | 2,68 |
| $\varepsilon$ | 0,1      | 0,15 | 0,21 | 0,3  | 0,14 | 0,13 | 0,18 | 0,21 | 0,11 | 0,22 |



## ЛІТЕРАТУРА

1. Саранча Г.А. Метрологія і стандартизація: Підручник. К. - «Либідь», 1997.
2. Шишкин И.Ф. Метрология, стандартизация и управление качеством (учебник). М. - «Стройиздат», 1990.
3. Юдин М.Ф., Селиванов М.Н. и др. Основные термины в области метрологии (словарь-справочник). М. - «Стандарт», 1989. •
4. Мусакин А.П., Рачинский Ф.Ю. и др. Оборудование химических лабораторий (справочник). Л. - «Химия», 1978.
5. Румшинский Л.З. Математическая обработка результатов эксперимента. М. - «Наука», 1971.