

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
Київський національний університет будівництва і архітектури

**ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА РІДИНИ І ГАЗУ.
ГІДРОСТАТИКА. УНІВЕРСАЛЬНИЙ МЕТОД РОЗРАХУНКУ
ГІДРОСТАТИЧНОГО ТИСКУ НА ПОВЕРХНІ
ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ КОМП'ЮТЕРНИХ ПРОГРАМ**

Методичні вказівки
до виконання індивідуальної роботи для студентів напряму підготовки
6.060101 «Будівництво» спеціальний вид діяльності
«Водопостачання і водовідведення»

Київ 2012

УДК 621.22(075.8)

ББК 30.123.73

Т38

Укладач Ю.Д. Копаниця, канд. техн. наук, доцент

Рецензент Є.І. Павлов, канд. техн. наук, доцент

Відповідальний за випуск А.М. Кравчук, д-р техн. наук,
професор

*Затверджено на засіданні кафедри гідравліки та
водовідведення, протокол № 9 від 7 травня 2012 року.*

Видається в авторській редакції.

Технічна механіка рідини і газу. Гідростатика. Універсальний метод
Т38 розрахунку гідростатичного тиску на поверхні із застосуванням
комп'ютерних програм: методичні вказівки до виконання
індивідуальної роботи / уклад: Ю.Д. Копаниця. – К.: КНУБА, 2012. –
32 с.

Розглянуто деякі основні задачі гідростатики: визначення сил тиску на плоскі і криволінійні поверхні, особливості алгоритмів інженерного розрахунку сил тиску при комп'ютерному розрахунку. Наведено приклади розв'язання задач: формули, тексти програм розрахунку, відповіді.

Призначено для студентів, які навчаються за напрямом підготовки 6.060101 «Будівництво» спеціальний вид діяльності «Водопостачання і водовідведення».

© КНУБА, 2012

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Програма навчального курсу «Технічна механіка рідини і газу» для студентів спеціалізації «Водопостачання і водовідведення» передбачає виконання розрахунково-графічних вправ.

Згідно з робочою програмою курсу завдання до індивідуальної роботи в розділі «Гідростатика» включають розрахунок гідростатичного тиску на плоскі та криволінійні поверхні.

Сучасний рівень розвитку персональних обчислювальних пристроїв, поширення систем комп'ютерної математики (програми комп'ютерної алгебри – Maple, Mathematica, MathCad, MathLab, Maxima, Sage та інші) дозволяє розширити клас навчальних розрахункових задач в загально технічному курсі гідравліки. Впровадження комп'ютерних розрахунків на практичних заняттях дозволяє наблизити умовні навчальні завдання до реальних інженерних розрахунків. Простота і швидкість комп'ютерного розрахунку дають змогу кожному студенту самостійно вирішувати на практичних заняттях більшу кількість задач і отримувати персональну консультацію викладача.

Складність аналітичного або чисельного розрахункового алгоритму, введення елементів моделювання і дослідження в умовах учбових завдань, перевірка можливості розв'язання однієї задачі символічними або аналітичними методами дозволяють підвищити рівень та якість підготовки сучасних студентів. Можливість задіяти нові розрахункові можливості в навчальному процесі ставить питання розробки нових універсальних методів розрахунку в середовищі стандартних програм комп'ютерної математики.

У методичних вказівках представлено типові розрахунки інженерних задач гідростатики [3; 4; 13] за допомогою нового авторського універсального алгоритму із застосуванням комп'ютерних програм. Наведено загальні теоретичні положення гідростатики, на яких базується авторський алгоритм трьох команд. Аналітично розраховано дві стандартні типові задачі для плоскої поверхні (задачі №№ 1,2). Чотири задачі визначення гідростатичного тиску на криволінійну поверхню вирішено методом трьох команд в чисельній реалізації методу (задачі №№ 3-6). Кожна задача супроводжується: алгоритмом, програмою (на прикладі системи Maple), відповіддю і аналізом результатів розрахунків.

Студенту рекомендовано розв'язати 6 індивідуальних задач за наведеними прикладами. Запропонована методика передбачає використання студентами власних ноутбуків і нетбуків у звичайній навчальній аудиторії під час проведення практичних занять.

УНІВЕРСАЛЬНИЙ АЛГОРИТМ КОМП'ЮТЕРНОГО РОЗРАХУНКУ

Універсальний алгоритм комп'ютерного розрахунку складається з виконання послідовності трьох стандартних операцій. Кожна операція, в термінах комп'ютерної технології, називається командою. Наведено загальну форму запису алгоритму, яка включає послідовність команд з єдиними елементами нумерації (K1), (K2) і (K3) для будь-яких типів задач (пропонується в подальшому називати "Алгоритм K123").

Виділимо два ключових моменти:

- сумарна сила тиску рідини за модулем дорівнює **об'єму епюри тиску**;
- рівнодіюча сили тиску на окремий шар рідини проходить через **центр ваги об'ємної епюри тиску**. Напрямок дії вектора сили тиску визначається формою епюри тиску.

Об'єм епюри тиску в будь-якому випадку і для будь-якої поверхні (криволінійної або плоскої) обов'язково дорівнює модулю сили тиску. Враховуючи векторну природу сили тиску, ми повинні визначити конкретний напрямок дії на площу відповідної ортогональної проекції поверхні. Можливо, іноді, за умовою задачі, визначити площу проекції поверхні в довільному напрямку, але **об'єм відповідної епюри обов'язково дорівнює модулю проекції сили тиску** в цьому напрямку. Ми можемо розраховувати об'єми епюри сили тиску на окремі шари поверхні, а далі, аналогічно, їх об'єднувати за типовим алгоритмом K123.

Центр ваги об'ємної епюри тиску в будь-якому випадку визначає координати через які проходить напрямок дії вектора рівнодіючої сили і проектується на поверхні в центрі тиску (або її елемента, якщо розглядається окремий шар). Аналогічна примітка, щодо поняття "елемента" поверхні відноситься і до розрахунку координат центра ваги епюри рівнодіючої сили тиску. Проектування вектора сили тиску на ортогональні напрямки і визначення центра тиску (точки прикладання сили тиску рівнодіючої) відбувається за загальними правилами визначення центра ваги тіла складної форми.

Алгоритм K123 чисельного (або аналітичного) розрахунку сумарної сили тиску рідини на елементарний шар поверхні включає таку послідовність операцій:

- розрахунок загального об'єму епюри тиску, який дорівнює величині модуля рівнодіючої (сумарної) сили тиску P на окремий шар змоченої поверхні;
- визначення статичного моменту рівнодіючої (сумарної) сили тиску $m(P)$ на елементарний шар відносно обраної точки;

- обчислення координат точки прикладання (центр тиску) h_D рівнодіючої (сумарної) сили тиску.

Алгоритм K123 *чисельного (або аналітичного) розрахунку сумарної сили тиску рідини на всю площу змоченої поверхні включає такі операції:*

- для плоскої поверхні виконуємо стандартні три команди розрахунку P , $m(P)$, h_D , які описано для елементарного шара;
- для криволінійної поверхні розкладемо на ортогональні складові кожний вектор сили тиску для всіх елементарних шарів. Далі знов виконуємо стандартний трьох кроковий алгоритм – визначаємо сумарну силу і центр тиску для кожного орта;
- визначаємо рівнодіючу силу тиску і напрямок для криволінійної поверхні стандартним шляхом.

Таким чином, виконується *стандартна процедура* розрахунку P , $m(P)$ і h_D , яка складається з *трьох стандартних команд* незалежно від конкретних форм елементів поверхні. Отже, необхідно представити ці команди в загальному вигляді.

В загальному випадку на форму запису цих стандартних команд впливають закони зміни:

- густини рідини для i -го шара $f(\rho_i)$;
- поперечної ширини i -го шара $f(b_i)$;
- наявність манометричного (вауумметричного) тиску над вільною поверхнею рідини (або співвідношення загальної висоти площі поверхні і висоти змоченої площі поверхні) $f_1(h_i)$;
- співвідношення між загальною висотою стовпчика води над i -м шаром поверхні і координатою довільно обраної точки, відносно якої розраховується статичний момент $f_2(h_i)$;
- координати положення нижньої та верхньої кромки i -го шара поверхні - межі інтегрування, які позначаємо, відповідно, h_1 і h_2 .

Базовий алгоритм розрахунку K123

Формула розрахунку сили тиску:

$$P = \int_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) dh. \quad (K1)$$

Формула статичного моменту сили тиску:

$$m(P) = \int_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) f_2(h_i) dh. \quad (K2)$$

Глибина занурення центра тиску:

$$h_D = \frac{m(P)}{P} = \frac{\int_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) f_2(h_i) dh}{\int_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) dh}. \quad (K3)$$

В практичних задачах окремі із вищезначених величин можуть бути сталими і не залежати від величини висоти стовпчика рідини над і-м шаром змоченої поверхні. В такому випадку форма запису загальних формул алгоритму K123 суттєво спрощується.

Базовий алгоритм розрахунку K123 для чисельного розрахунку

Формула розрахунку сили тиску:

$$P = \sum_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) \Delta h. \quad (K1')$$

Статичний момент сили тиску рахуємо за формулою:

$$m(P) = \sum_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) f_2(h_i) \Delta h. \quad (K2')$$

Глибина занурення центра тиску:

$$h_D = \frac{m(P)}{P} = \frac{\sum_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) f_2(h_i) \Delta h}{\sum_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) \Delta h}. \quad (K3')$$

Розглянемо окремі випадки запису рівнянь алгоритму K123 для аналітичного розрахунку на конкретних прикладах.

Для прямокутного щита ми маємо найпростіший варіант запису формул алгоритму K123.

Задача № 1

Прямокутний посуд заповнено водою (рис. 1,а) на висоту $H = 6$ м. Тиск на вільну поверхню рідини атмосферний $p_a = 100\,000$ Па. Ширина бокової сторони резервуара $b = 5$ м (рис. 1, а-е). Визначити величину сумарної сили тиску води P на бокову поверхню резервуара і глибину занурення центра тиску - h_D (рис. 1, в).

Для умови нашої задачі № 1 формули приймають такий вигляд:

Формула розрахунку сили тиску:

$$P = \int_0^H \rho g h b dh. \quad (K1.1)$$

Статичний момент сили тиску:

$$m(P) = \int_0^H \rho g (h)^2 b dh. \quad (K2.1)$$

Глибина занурення центра тиску:

$$h_D = \frac{m(P)}{P} = \frac{\int_0^H \rho g (h)^2 b dh}{\int_0^H \rho g h b dh}. \quad (K3.1)$$

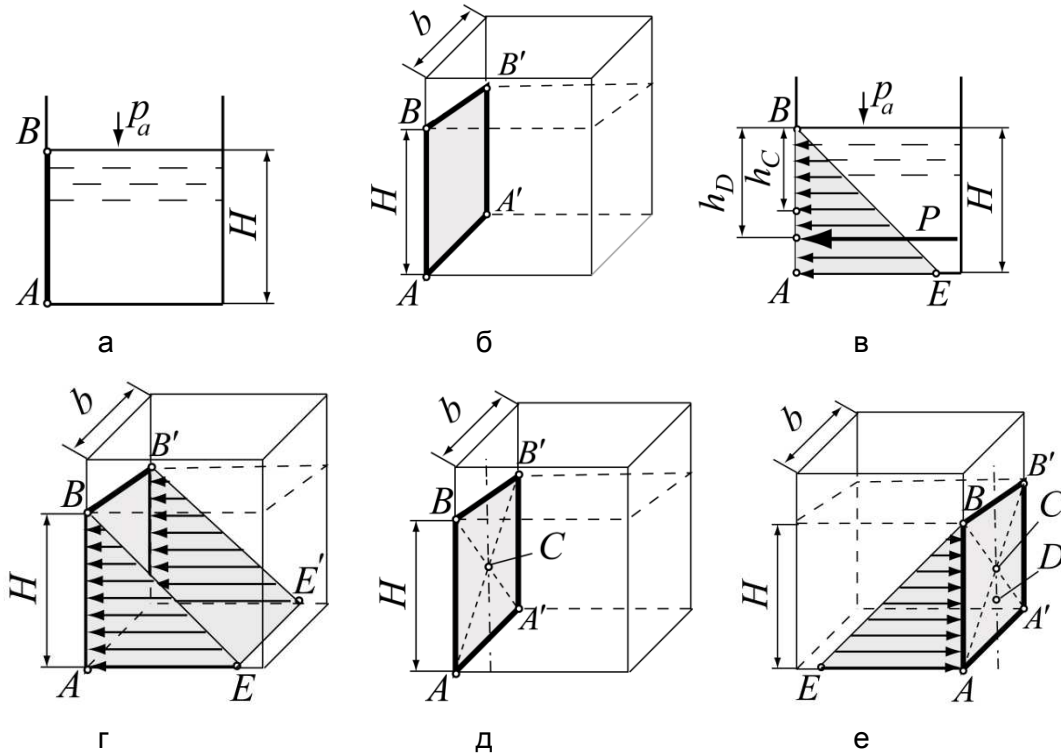


Рис. 1. Сила тиску на плоску поверхню: а, в – переріз резервуара і епюри тиску; б – аксонометричне зображення бокової поверхні і змоченої поверхні $AA'B'B$; г – епюра тиску (призма $AEBB'E'A'$); д – центр ваги змоченої поверхні точка C ; е – центр ваги епюри тиску $AEBB'E'A'$ точка D ; h_C – глибина занурення центра ваги змоченої поверхні $AA'B'B$, положенням центра ваги змоченої поверхні $AA'B'B$ точка C , h_D – глибина занурення центра тиску P , положенням центра ваги об'ємної епюри тиску $AEBB'E'A'$ точка D

Для трикутної кришки ми маємо такий варіант запису формул алгоритму K123

Задача № 2

В даному випадку (рис. 2, а, б, в) ширина b_i площі змоченої поверхні кришки змінюється з висотою стовпчика води h_i (рис. 3.а, в). З подібних трикутників $\triangle AOE$ і $\triangle A'OE'$ (рис. 3.а,в) знаходимо необхідну функціональну залежність. В загальній формулі (K1) вона

позначена - $f(b_i)$.

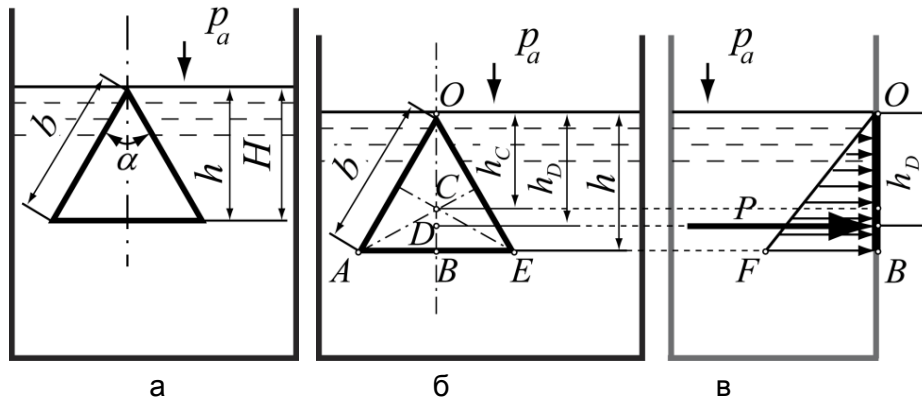


Рис. 2. Сила тиску на трикутну плоску кришку бокової грані резервуара: а – форма кришки – правильний трикутник із стороною b ; б, в – переріз резервуара і епюри тиску: h — висота стовпчика рідини, b — ширина бокової грані кришки, p_a — тиск на вільну поверхню рідини, h_c — глибина занурення центра ваги змоченої поверхні AOE , положення центра ваги змоченого периметра AOE точка C , h_D — глибина занурення центра тиску P відносно точки O , положення центра ваги епюри тиску OFB точка D

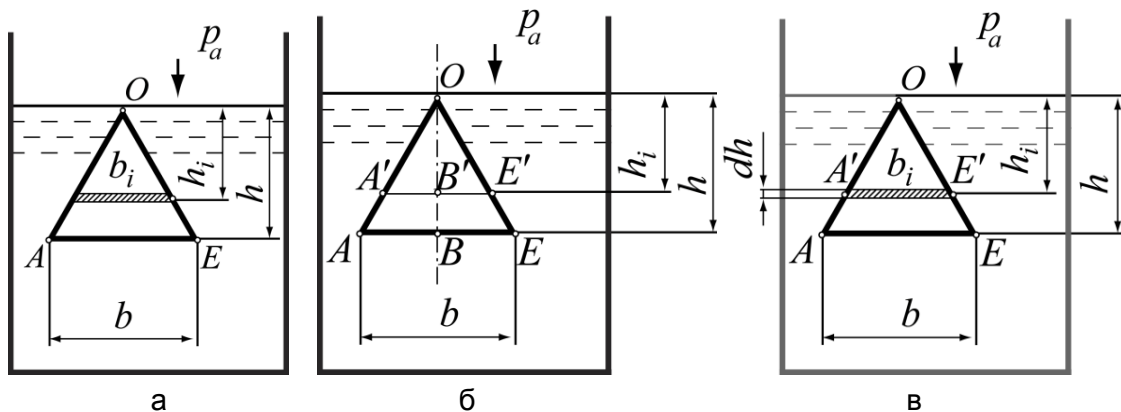


Рис. 3. Залежність ширини епюри тиску від глибини занурення: а – змінна по висоті h_i ширина епюри тиску b_i ; б – подібні трикутники $\Delta A'OE'$ і ΔAOE ; в – висота dh і-го шару шириною b_i на глибині h_i

Для умови задачі № 2 формули набувають такого вигляду:

– сила тиску:

$$P = \int_0^H \rho g h \left(\frac{h}{H} \right) b dh. \quad (K1.2)$$

– статичний момент сили тиску:

$$m(P) = \int_0^H \rho g (h)^2 \left(\frac{h}{H} \right) b dh. \quad (K2.2)$$

– глибина занурення центра тиску:

$$h_D = \frac{m(P)}{P} = \frac{\int_0^H \rho g (h)^2 \left(\frac{h}{H} \right) b dh}{\int_0^H \rho g h \left(\frac{h}{H} \right) b dh}. \quad (K3.2)$$

Для трикутної кришки на боковій грані циліндричного резервуара маємо наступний варіант запису формул алгоритму K123.

Задача № 3

В циліндричному резервуарі радіуса $r = 1,123$ м боковий отвір перекрито трикутною кришкою AOB (рис. 4, а). Вертикальна проекція кришки має форму рівностороннього трикутника з стороною $b = 1,0$ м. Висота кришки $H = 0,866$ м. Тиск на вільну поверхню рідини атмосферний. Розрахувати сумарну силу тиску P води густиною $\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ і центр тиску h_D .

Довжина i -го шару поверхні b'_i залежить від висоти стовпчика води h_i і зв'язана з ним через кут $\angle \beta$ (рис. 4, в, г). Залежність має вигляд:

$$\cup b'_i = (\pi \times r) \times \frac{360^\circ}{\arcsin\left(\left(\frac{\left(\frac{b \times h_i}{H}\right)}{2}\right) / r\right)}, \text{ а загальні формули алгоритму K123,}$$

практично не відрізняються від розрахункових формул задачі №2.

Для умови задачі № 3 формули приймають наступний вигляд.

Сила тиску P відносно верхньої точки на рівні O :

$$P = \int_0^H \rho g h \left((\pi \times r) \times \frac{360^\circ}{\arcsin\left(\left(\frac{\left(\frac{b \times h}{H}\right)}{2}\right) / r\right)} \right) dh. \quad (K1.3)$$

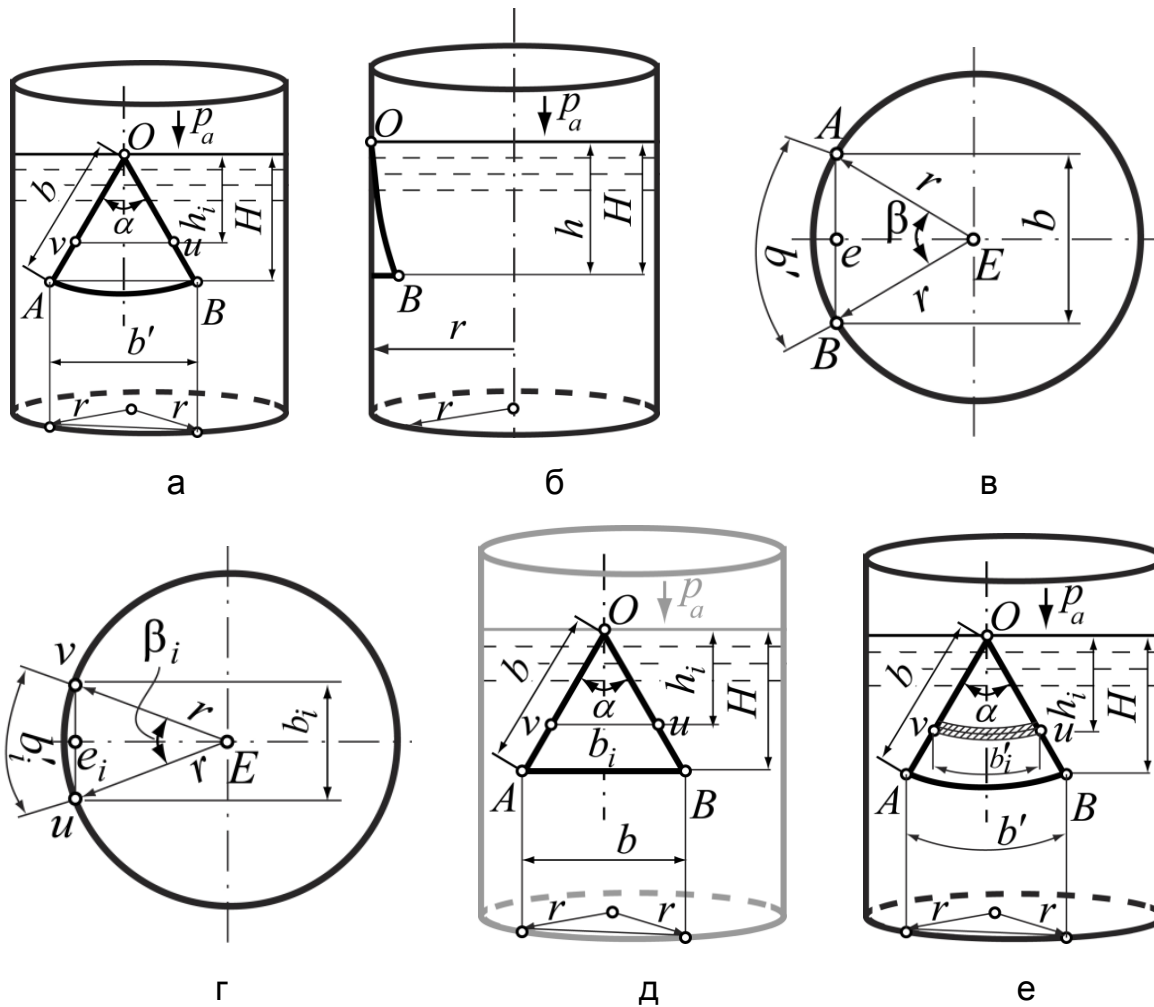


Рис. 4. Циліндричний посуд з трикутною кришкою: а – трикутна кришка AOB ; б – бічна проекція; в – переріз на глибині H ; г – переріз на глибині h_i ; д – вертикальна проекція трикутної кришки AOB ; е – висота dh і-го шару шириною b'_i на глибині h_i

Статичний момент сили тиску $m(P)$ відносно верхньої точки на O :

$$m(P) = \int_0^H \rho g h^2 \left((\pi \times r) \times \frac{360^\circ}{\arcsin\left(\frac{\left(\frac{b \times h}{H}\right)}{2}\right) / r} \right) dh \cdot \quad (K2.3)$$

Глибина занурення центра тиску h_D сили тиску P відносно рівня г'езометричної площини точки O :

$$m(P) = \int_0^H \rho g h^2 ((\pi \times r) \times \frac{360^\circ}{\arcsin\left(\frac{\left(\frac{b \times h}{H}\right)}{2}\right) / r}) dh$$

$$h_D = \frac{m(P)}{m(P) = \int_0^H \rho g h ((\pi \times r) \times \frac{360^\circ}{\arcsin\left(\frac{\left(\frac{b \times h}{H}\right)}{2}\right) / r}) dh} . \quad (K.3.3)$$

Доречи, за базовими формулами (K1`), (K2`), (K3`) чисельного розрахунку алгоритму K123 останні формули дуже просто розрахувати на інженерному калькуляторі. Для отримання 5% точності розрахунку достатньо площу змоченого периметру поділити на 3 - 4 шари.

Відповідь задачі № 3: P=2478.00, mP=1596.65, hd=0.64433.

Для задачі №2, яку розраховано за аналогічними вихідними даними – такі самі сторона трикутника і висота стовпчика води – отримано наступні результати: P=2452.36, mP=1592.81, hd=0.6495

На рис. 4, б показано бокову проекцію кришки, яка має криволінійну форму (криволінійний трикутник). Як визначити силу тиску в одному з цих ортогональних напрямків?

Стандартні алгоритми розрахунку сумарної сили тиску за формулами (7) і (13) передбачають визначення центра ваги і моменту інерції цієї складної фігури, бокова грань якої утворюється перетином під кутом плоскої і циліндричної поверхні. Знайти готові формули і табличні значення центра ваги для даного випадку неможливо.

Модуль сумарної сили тиску, який визначено в задачі № 3, дорівнює модулю сили тиску на площу фронтальної проекції (рис.4, д) – рівностороннього трикутника як і в задачі № 2 - та модулям сили тиску на дві ортогональні бокові проекції – криволінійні трикутники (рис.4, б). Відповідь на поставлене запитання дуже проста. Половина різниці величини модуля сумарної сили тиску в задачах №№ 3 і 2 є величиною сили тиску, яку спроектовано в означеному напрямку (рис.4, б).

Задачі вирішено за практично однаковими формулами. Різниця полягає тільки в функціональній залежності ширини і-го шара елементарної поверхні від висоти відповідного і-го стовпчика води (рис. 3, в і 4, е). У формулах базового алгоритму K123 ця залежність позначена через $f(b_i)$. В більшості варіантів задач це єдиний елемент, який треба визначати за

умовою задачі, і уточнювати межі інтегрування в залежності від заданої висоти стовпчика рідини.

В загальному випадку ми маємо можливість підставляти необхідні функціональні залежності для зміни, наприклад, густини рідини, міняти рівень води і тиск на вільній поверхні, підставляючи їх в базові формули $(K1')$, $(K2')$, $(K3')$ чисельного розрахунку алгоритму K123. Реалізації варіанта у формі чисельного розрахунку для алгоритму K123 забезпечують нас універсальним інженерним апаратом для моделювання і розрахунку задач будь-якої складності навіть на простому інженерному калькуляторі.

Основні положення і розрахункові формули алгоритму K123

- **Виділимо два ключових моменти:**
- сумарна сила тиску рідини за модулем дорівнює об'єму епюри тиску;
- точка дії рівнодіючої – центр тиску сумарної сили тиску на окремі шари рідини – проходить через точку проєкції **центра ваги об'ємної епюри** тиску (точка F , рис. 5, а) на поверхню шара під визначеним кутом (центр тиску - точка D). Форма епюри є наочним відображенням всіх особливостей дії (тиску) неперервного середовища на відповідний шар площі змоченої поверхні, і проєкція будується по нормалі до поверхні.

У попередніх задачах не було уточнено, що центр тиску (точка D , рис. 5, а) не співпадає із центром ваги епюри тиску (точка F , рис. 5, а). Центр ваги знаходиться в об'ємі епюри тиску, а центр тиску розташовано безпосередньо на поверхні шара поверхні і позначає місце дії рівнодіючої сили тиску. Обидві точки лежать на напрямку дії сумарної сили тиску P (рис. 5, а).

Об'єм епюри тиску в будь-якому випадку і для будь-якої поверхні (криволінійної або плоскої) обов'язково дорівнює модулю сили тиску.

Центр ваги об'ємної епюри в будь-якому випадку визначає координати, через які проходить лінія дії вектора сили гідростатичного тиску на поверхню (або елемента поверхні, якщо розглядається окремий шар). Аналогічна примітка щодо поняття "елемента" поверхні відноситься також і до розрахунку координат центра ваги всієї системи елементарних епюр – які об'єднуються за алгоритмом K123 на заключному етапі розрахунку.

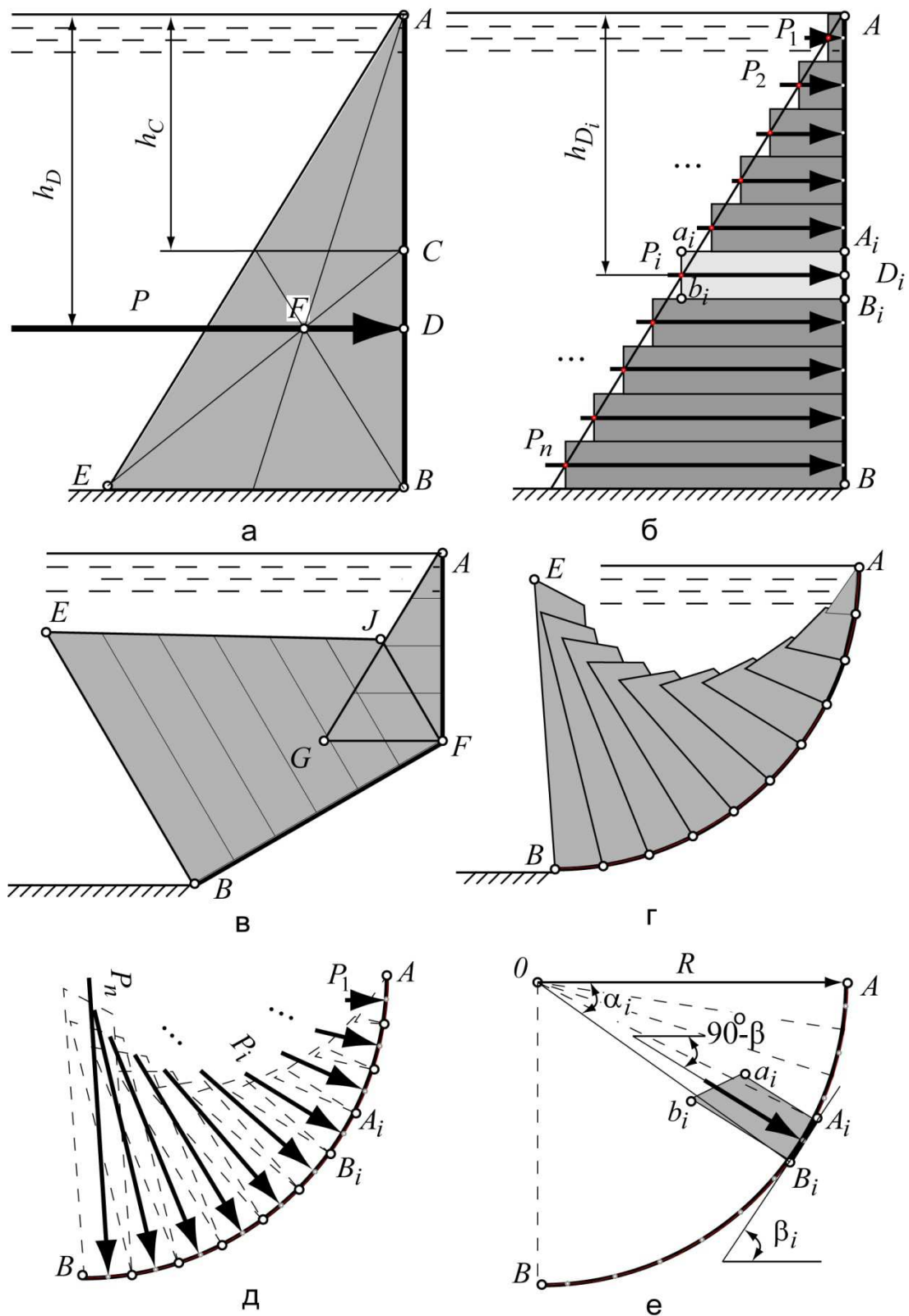


Рис. 5. Епюра гідростатичного тиску на плоску і криволінійну поверхні: плоска поверхня (а); апроксимація епюри тиску для чисельного розрахунку (б); форма епюри тиску на сегментну ламану поверхню із плоскими елементами (в); система непаралельних сил тиску на ламану плоско елементну поверхню (г); форма епюри тиску на десяти сегментну апроксимацію криволінійної поверхні ламаною поверхню із плоскими елементами (д); кут дії сили тиску на елементарну плоску поверхню (i -й шар поверхні) (е)

Алгоритм К123 чисельного (або аналітичного) розрахунку сумарної сили тиску рідини на елементарний шар поверхні включає таку послідовність операцій:

- розрахунок загального об'єму епюри тиску, який дорівнює величині модуля рівнодіючої (сумарної) сили тиску P_i на окремих i -ий шар змоченої поверхні (i – ий шар, рис. 5, б);
- визначення статичного моменту рівнодіючої (сумарної) сили тиску $m(P_i)$ на елементарний шар відносно обраної точки (точка A - рівень вільної поверхні рідини, рис. 5, б);
- обчислення глибини занурення $h_{D_{xi}}, h_{D_{zi}}$ центра тиску (точка D_i) рівнодіючої сили тиску (для простоти розрахунків приймається проєкція центру ваги епюри гідростатичного тиску $A_i B_i b_i a_i$ на i – ий шар, рис. 5, б).

Алгоритм К123 чисельного (або аналітичного) розрахунку сумарної сили тиску рідини на всю площу змоченої поверхні включає такі операції:

- для плоскої поверхні виконуємо стандартні три команди розрахунку $P, m(P), h_D$, які описано для елементарного шара. Дії виконуються над системою паралельних сил P_i , відповідними глибинами центрів тиску $h_{D_{zi}}$ відносно осі z і координатами $h_{D_{xi}}$ відносно осі x (значення індексу « i » змінюється від 0 до « n »);
- для криволінійної поверхні розкладемо на ортогональні складові кожний вектор сили тиску P_i для всіх елементарних шарів, отримуємо відповідні набори P_{xi} і $h_{D_{xi}}$ та P_{yi} і $h_{D_{yi}}$. Далі знов виконуємо стандартний трьох кроковий алгоритм К123 – визначаємо сумарну силу і глибину занурення центра тиску для кожного орта - P_x і h_{D_x} та P_y і h_{D_y} ;
- визначаємо рівнодіючу силу тиску P і кут напрямку $\angle \varphi$ для криволінійної поверхні стандартним шляхом.

Таким чином, виконується *стандартна процедура* розрахунку $P, m(P)$ і h_D , яка складається з *трьох стандартних команд* незалежно від конкретних форм елементів поверхні. Отже, необхідно представити ці команди в загальному вигляді.

В загальному випадку на форму запису цих стандартних команд впливають закони зміни:

- густини рідини для i -го шара $f(\rho_i)$;

- поперечної ширини і-го шара $f(b_i)$;
- наявність манометричного (вакуум метричного) тиску над вільною поверхнею рідини (або співвідношення загальної висоти площі поверхні і висоти змоченої площі поверхні) $f_1(h_i)$;
- співвідношення між загальною висотою стовпчика води над і-м шаром поверхні і координатою довільно обраної точки, відносно якої розраховується статичний момент $f_2(h_i)$;
- координати положення нижньої та верхньої кромки і-го шара поверхні - межі інтегрування, які позначаємо, відповідно, h_1 і h_2 .

Базовий алгоритм розрахунку K123

Формула розрахунку сили тиску:

$$P = \int_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) dh. \quad (K1)$$

Формула статичного моменту сили тиску:

$$m(P) = \int_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) f_2(h_i) dh. \quad (K2)$$

Глибина занурення центра тиску:

$$h_D = \frac{m(P)}{P} = \frac{\int_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) f_2(h_i) dh}{\int_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) dh}. \quad (K3)$$

Базовий алгоритм розрахунку K123 для чисельного розрахунку

Формула розрахунку сили тиску:

$$P = \sum_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) \Delta h. \quad (K1')$$

Статичний момент сили тиску рахуємо за формулою:

$$m(P) = \sum_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) f_2(h_i) \Delta h. \quad (K2')$$

Глибина занурення центра тиску визначаються:

$$h_D = \frac{m(P)}{P} = \frac{\sum_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) f_2(h_i) \Delta h}{\sum_{h_1}^{h_2} f(\rho_i) g f_1(h_i) f(b_i) \Delta h}. \quad (K3')$$

Для плоскої поверхні переріз епюри тиску має форму трикутника

$\triangle ABE$ (рис. 5, а). Представлену епюру ми можемо замінити системою елементарних епюр, які складаються із простих паралелепіпедів. Із достатньою для інженерного розрахунку точністю ми визначаємо об'єм i -го сегмента епюри і його центр ваги. У такий спосіб ми отримали величину, напрямок дії і точку прикладання (центр тиску) сили тиску на кожний шар поверхні і всю означену поверхню (рис. 5, б). Питання точності інженерного розрахунку розглянуто в статті автора [6].

Плоска поверхня AB (рис. 5, а) може бути ламаною сегментною поверхнею AFB (рис. 7, в). Переріз епюри гідростатичного тиску показано у вигляді двох епюр (в перерізі показано контур): трикутник $\triangle AFG$ і трапеція $FJEB$. Епюра є віртуальною фігурою, яка не існує в реальності, але вона є зручним способом відображення величини тиску на кожний елемент поверхні.

Аналогічний вигляд епюри гідростатичного тиску ми отримали вигнувши розглянуту плоску поверхню в десяти означених точках (десяти сегментна апроксимація сектора «чверть кола» ламаною лінією AB , рис. 5, г). Між точками ми зберегли плоску поверхню і маємо відповідну систему епюр тиску. Розрахунок об'єму і центру ваги кожної епюри дозволяю визначити всі характеристики системи сил тисків на $n = 10$ шарів поверхні $\{P_1, P_2, P_3, \dots, P_{10}\}$, (рис. 5, д).

Наприклад, величину, напрямок і точку дії (центр тиску) сили P_i (рис. 5, д, е) можна визначити через: координати точок A_i і B_i (рис. 5, д), фіксований крок зміни куту $\angle \alpha_i$ та заданий радіус R (рис. 5, е). Кут вектора сили тиску P_i пов'язано із кутом нахилу $\angle \beta_i$ шара поверхні $A_i B_i$ (рис. 6, а).

Координати центра тиску $h_{D_{xi}}, h_{D_{zi}}$ для i -го шара розташовані на перерізі поверхні по осі симетрії - між точками A_i і B_i (рис. 6, а). Цей факт пов'язано із тим, що об'єм епюри визначає тільки модуль сили тиску, а сама дія (тиск рідини на поверхню) відбувається в плоскості поверхні. Іншими словами, центр тиску на i -тий шар поверхні знаходиться в точці проєкції центра ваги епюри на поверхню i -го шара.

Систему сил тиску $\{P_1, P_2, P_3, \dots, P_{10}\}$ (рис. 5, д) можна привести до рівнодіючої через відповідні ортогональні проєкції $P_{x(i)}$ і $P_{z(i)}$ кожної сили P_i , та їх координати центра тиску $h_{D_{xi}}, h_{D_{zi}}$ (рис. 6, б). На заключному етапі об'єднання окремих рішень – система сил тиску приводиться до єдиної рівнодіючої за стандартним алгоритмом K123.

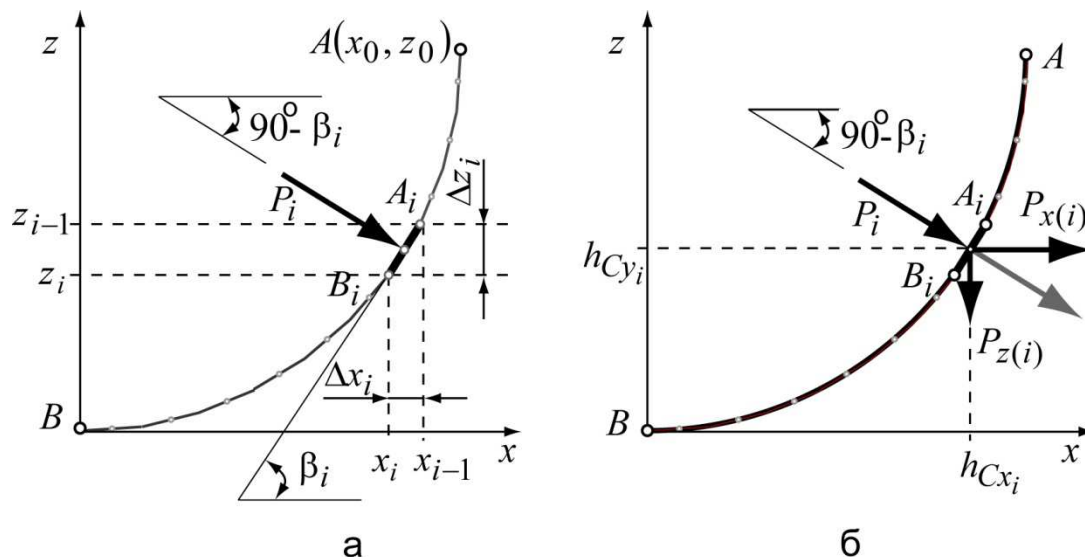


Рис. 6. Визначення параметрів вектора сили тиску на елемент поверхні: кут дії і вектор сили тиску на i -й шар поверхні (а); вертикальна і горизонтальна складові вектора сили тиску (б)

Розглянемо варіанти реалізації алгоритму K123 для чисельного розрахунку на конкретних прикладах. Саме реалізація алгоритму K123 чисельними методами дозволяє:

- розрахувати для гідростатичного тиску на криволінійну поверхню необхідну кількість заданих параметрів;
- зберегти проміжні розрахунки в масивах;
- перевірити результати розрахунку в кожній ітерації;
- провести отладку конкретної реалізації алгоритму K123 в системах комп'ютерної алгебри;
- виводити результати обчислення на екран;
- проводити розрахунки в кроковому режимі та перевіряти коректність умов виходу із циклу;
- за наявності помилок, перевіряти результати проміжних розрахунків на тестових розрахунках.

Спочатку розглянемо *тестовий приклад* умовної задачі, яка має просте аналітичне рішення і гарантовану точну відповідь.

Задача № 4

За основу візьмемо криволінійну поверхню з поперечним профілем «чверть кола», заданим радіусом $R = 1$ м і шириною $b = 2$ м. Приклад перерізу такої поверхні представлено на рис.: 5, г, д, е та 6, а, б. Послідовність розрахунку за алгоритмом K123 і робочі формули для даного простого тестового приклада представлено в табл. 1.

Таблиця №1

	Формула	Примітка
	$x(0) = R, z(0) = 0,$	Початкові координати точки А (рис.2.а)
	$\Delta\alpha i = \pi/2n, \alpha(i) = \Delta\alpha i \cdot i$	Крок центрального кута і величина кута на і-й ітерації (рис.1.е)
	$x(i) = R \cos(\alpha(i));$ $z(i) = \sqrt{R^2 - x(i)^2}$	Координати точки В для і-ї ітерації (рис.2.а)
	$AB(i) = \sqrt{(x(i-1) - x(i))^2 + (z(i) - z(i-1))^2};$ $S(i) = AB(i) \cdot b$	Висота та площа і-го шара поверхні (рис.2.а)
	$P(i) = \rho g z(i) S(i)$	Сила тиску на і-й шар поверхні (рис.2.а,б)
	$\beta(i) = \arctg\left(\frac{(y(i) - y(i-1))}{(x(i-1) - x(i))}\right)$	Кут нахилу шара до горизонталі (рис.2.а)
	$\beta c(i) = \Delta\alpha(i) \cdot i - (\Delta\alpha(i)/2);$ $\beta c(i) = \pi/2 - \beta(i)$	Варіанти розрахунку кута нахилу і-ї сили тиску на і-й шар поверхні (рис.2.а,б)
	$P_x(i) = P(i) \cos(\beta c(i));$ $P_z(i) = P(i) \sin(\beta c(i))$	Ортогональні проєкції вектора сили тиску на відповідні осі (рис.2.б)
	$mP_x(i) = P_x(i) z(i);$ $mP_z(i) = P_z(i) x(i)$	Статичні моменти ортогональних проєкцій відносно початку координат (точка 0, рис.1.е)
0	$P_x = \sum_{i=1}^n P_x(i); P_z = \sum_{i=1}^n P_z(i);$ $mP_x = \sum_{i=1}^n mP_x(i); mP_z = \sum_{i=1}^n mP_z(i)$	Ортогональні проєкції і статичні моменти рівнодіючої сили тиску на всю поверхню. Рисунок аналогічний рисунку 2.б, але для всієї поверхні АВ
1	$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2};$ $h_{D_x} = mP_x / P_x;$ $h_{D_z} = mP_z / P_z$ $\angle\phi = \arctg(P_z / P_x)$	Три характеристики вектора сили тиску на криволінійну поверхню АВ: величина, кут напрямку дії; точка, через яку проходить вектор

Відповідь тестового приклада отримано за стандартними формулами:

$$P_{x_test} = \rho g (R/2) R b, \quad P_{y_test} = \rho g (\pi R^2 / 4) b, \quad P_{_test} = \sqrt{P_{x_test}^2 + P_{y_test}^2},$$

$$\angle\phi = \arctg(P_{y_test} / P_{x_test}), \quad h_{D_y} = 0,4244R, \quad h_{D_x} = 0,66R.$$

Результат тестового розрахунку в системі Maple:
 $P_xTest := 9810.000000$; $P_yTest := 15401.70000$; $PTest := 18260.57126$;
 $PhiTest := 1.003655078$; $PhiTestg := 57.50689608$; $hDx_c_test := 0.6666666667$;
 $hDy_c_test := 0.42440$.

Результат розрахунку за алгоритмом K123 в системі Maple:
 $P_x = 9811.210212$; $P_z = 15409.37338$; $P = 18267.69372$;
 $hDx_c := 0.6666891445$; $hDy_c := 0.4243836629$; $Phi_c := 1.003824863$;
 $Phi_c := 57.51662433$.

Оцінка відносної помилки для 10000 ітерацій (поверхню розділено на 10000 горизонтальних шарів) складає: $ER_Px := -0.01233651376$,
 $ER_Py := -0.04982164307$, $ER_P := -0.03900458479$,
 $ER_hDx_c_test := -0.003371670000$, $ER_hDy_c_test := 0.003849458058$

Помилка результатів не перевищує 0,05% і повністю задовольняє вимогам до інженерного розрахунку.

АНАЛІЗ ОСОБЛИВОСТЕЙ АЛГОРИТМУ K123

В алгоритмі K123 розраховано сумарний об'єм і координати положення центра ваги системи елементарних епюр. Перше важливе зауваження – через проєкції на поверхню шару центрів ваги кожної елементарної епюри - ми знайшли координати точки, яка належить лінії напрямку дії рівнодіючої сили гідростатичного тиску на криволінійну поверхню. Друге важливе зауваження – всі різнонаправлені елементарні сили тиску на кожній шар ми розклали на орти $P_x(i)$, $P_z(i)$, $h_{D_x}(i)$, $h_{D_z}(i)$ і об'єднали їх за допомогою універсального алгоритму K123.

```
Програма розрахунку в системі Maple ( 100 ітерацій )
> restart;
> R:=1.0; b:=2.0; rov:=1000.0; giv:=9.81; n:=100; Alfi:=3.1415/(2.0*n);
Alfig:=(180.0/3.1415)*Alfi; x_i_0:=R; x(0):=R; y(0):=0.0;
> for i from 1 by 1 to n do Alf(i):=Alfi*i; Alfg(i):=(180.0/3.1415)*Alf(i):
x(i):=R*cos(Alf(i)); y(i):=sqrt(R^2.0-x(i)^2.0); AB(i):=sqrt((x(i-1)-
x(i))^2.0+(y(i)-y(i-1))^2.0); S(i):=AB(i)*b; P(i):=rov*giv*y(i)*S(i):
Bet(i):=arctan((y(i)-y(i-1))/(x(i-1)-x(i))); Betg(i):=(180.0/3.1415)*Bet(i):
Betc(i):=Alfi*i-Alfi/2.0; Betcg(i):=(180.0/3.1415)*Betc(i):
Px(i):=P(i)*cos(Betc(i)); Py(i):=P(i)*sin(Betc(i)); mPx(i):=Px(i)*y(i);
mPy(i):=Py(i)*x(i); end do;
> Sx:=0.0; Sy:=0.0; mSx:=0.0; mSy:=0.0;
> Sx; Sy; P; hDx_c:=mSx/Sx; hDy_c:=mSy/Sy; Phi_c:=arctan(Sy/Sx);
```

```

Phi_c:=(180.0/3.1415)*Phi_c; # OK!! =====TEST hDx_c, hDy_c
> PxTest:=rov*giv*(R/2.0)*R*b; PyTest:=rov*giv*((3.14*R^2.0)/4.0)*b;
PTest:=sqrt(PxTest^2.0+PyTest^2.0);
PhiTest:=arctan(PyTest/PxTest); PhiTestg:=(180.0/3.1415)*PhiTest;
PxTest := 9810.000000
PyTest := 15401.70000
PTest := 18260.57126
PhiTest := 1.003655078
PhiTestg := 57.50689608
> ER_Px:=((PxTest-Sx)*100)/(PxTest); ER_Py:=((PyTest-
Sy)*100)/(PyTest); ER_P:=((PTest-P)*100)/(PTest);
ER_Px := -1.233638563
ER_Py := -0.5409551543
ER_P := -0.7413585154

```

В якості другого *тестового прикладу* наведено задачу із книги Н.К.Горчина і М.Д.Чертоусова «Гідравліка в задачах» [3, задача №38, стор. 68]. Точна копія малюнку, вихідні дані і відповідь аналітичного рішення, які представлено в задачнику, використано для перевірки розрахунків за алгоритмом K123.

Задача № 5

Визначити величину і напрямок повного тиску на греблю, змочена поверхня якої обмежена по параболі; рівняння параболі відносно осей xOz : $x^2 = 4z$. Вершина параболі лежить на $H = 9$ м нижче горизонту води; дно лежить на $H1 = 4$ м над вершиною параболі [3]. Розрахунки провести на один метр ширини греблі $b = 1$ м (рис. 7).

Послідовність розрахунку за універсальним алгоритмом K123 і робочі формули для задачі №5 і задачі №4 – єдині. Різницю складають тільки перші три пункти табл. 1.

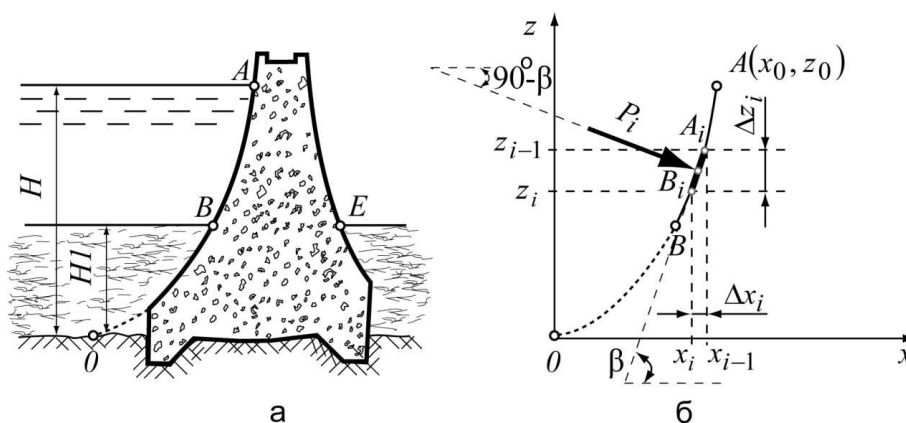


Рис.7. Сила тиску на криволінійну поверхню, яка обмежена параболою: загальний вигляд

греблі (а); параметри вектора сили тиску на і-й плоский елемент, який апроксимує криволінійну поверхню (б)

Для нашої нової задачі необхідно задати визначення координати і-го шара з заданого рівняння параболи. Для заданого початкового рівня води $z(0) = 9$ з рівняння параболи $x^2 = 4z$ визначаємо початкову координату $x(0)$. Номери пунктів і команди, які треба замінити в табл. 1 для вирішення нашої нової задачі - представлено в табл. 2.

Таблиця №2

	Формула	Примітка
	$z(0) = 9$; $x(0) = \sqrt{4z(0)}$	Початкові координати точки А (рис.3.б)
	$n = 30$; $\Delta z = (H - H1)/n$	Прийнята загальна кількість шарів поверхні n , крок зміни рівня води Δz на і-й ітерації (рис. 3.б)
	$z(i) = H - \Delta z \cdot i$; $x(i) = \sqrt{4z(i)}$	Координати точки В для і-ї ітерації (рис.3.б)

Решта команд алгоритму K123 з табл. 1 (пункти 4-11) і їх послідовність виконання для задачі № 5 залишається без змін.

Як варіант - представлено інший спосіб зміни координат – на кожній ітерації ми зменшуємо висоту на постійну величину кроку Δz в межах зміни висот з H до $H1$. У такий спосіб можливо було рахувати зміну рівня води і для першої задачі.

Результати розрахунку задачі №5 в системі комп'ютерної алгебри Maple мають такий вигляд: $P_x = 1.287998193 \cdot 10^5$; $P_z = 54661.43604$; $P = 1.399187837 \cdot 10^5$; $hDx_d := 3.291707624$; $hDy_d := 4.702129516$; $Phi_c := 0.4013543897$; $Phi_c := 22.99659085$; 5.708292376 ; 4.779121258 .

Похибка чисельного розрахунку складає 0,2 %, і задовольняє загальноприйнятій точності для інженерних розрахунків. Збільшуючи загальну кількість шарів поверхні "n" до 50-ти або 1000 штук, ми маємо можливість підвищити точність розрахунку. Враховуючи сучасний рівень обчислювальної потужності процесорів, такі зміни практично не впливають на загальний час розрахунку. Порівняння розрахунків для різної кількості шарів дає оцінку точності отриманих результатів.

Універсальний алгоритм K123 дозволяє проводити розрахунки гідростатичного тиску на плоскі і криволінійні поверхні. В основі розрахункової схеми лежать загальні принципи визначення об'єму і центра ваги тіла довільної форми. В задачах гідростатики, в якості такого тіла,

виступає епюра гідростатичного тиску на задану змочену поверхню.

У такий спосіб, через геометричний зміст – форма епюри – для кожної конкретної задачі, ми простим стандартним ітераційним алгоритмом визначаємо всі параметри вектора сили тиску: величину, кут дії і центр тиску. Важливо, що в наших прикладах тестових задач ми визначаємо об'єм і центр ваги епюри гідростатичного тиску за допомогою виконання єдиної простої послідовності команд.

Програма розрахунку в системі Maple (100 ітерацій)

```
> restart;
> b:=1.0; H:=9.0; H1:=4.0; rov:=1000.0; giv:=9.81; n:=100.0; X:=y-
>sqrt(4.0*y); y(0):=H; x(0):=X(y(0)); dh:=(H-H1)/n;
b := 1.0
H := 9.0
H1 := 4.0
rov := 1000.0
giv := 9.81
n := 100.0
X := y → √(4.0 y)
y(0) := 9.0
x(0) := 6.0000000000
dh := 0.050000000000
> for i from 1 by 1 to n do y(i):=H-dh*i; x(i):=X(y(i)); AB(i):=sqrt((x(i-1)-
x(i))^2.0+(y(i)-y(i-1))^2.0); S(i):=AB(i)*b; P(i):=rov*giv*(H-y(i))*S(i);
Bet(i):=arctan((y(i-1)-y(i))/(x(i-1)-x(i))); Betg(i):=(180.0/3.1415)*Bet(i);
Betc(i):=(3.14/2.0)-Bet(i); Betcg(i):=(180.0/3.1415)*Betc(i);
Px(i):=P(i)*cos(Betc(i)); Py(i):=P(i)*sin(Betc(i)); mPx(i):=Px(i)*(H-(y(i-
1)+y(i))/2.0); mPy(i):=Py(i)*((x(i-1)+x(i))/2.0); end do:
>
> Sx:=0.0; Sy:=0.0; mSx:=0.0; mSy:=0.0;
Sx := 0.
Sy := 0.
mSx := 0.
mSy := 0.
> for i from 1 by 1 to n do Sx:=Sx+Px(i); Sy:=Sy+Py(i); end do:
P:=sqrt(Sx^2.0+Sy^2.0); for i from 1 by 1 to n do mSx:=mSx+mPx(i);
mSy:=mSy+mPy(i); end do:
P := 1.346404287 105
> Sx; Sy; P; hDx_d:=mSx/Sx; hDy_d:=mSy/Sy; Phi_c:=arctan(Sy/Sx);
```

```

Phi_cg:=(180.0/3.1415)*Phi_c; H-hDx_d; X(5.71); # OK!!
=====TEST hDx_d from TOP, but absolut from "0" is "H-hDx_d"
!!!
1.238932648 105
52711.51656
1.346404287 105
hDx_d := 3.325039931
hDy_d := 4.690341292
Phi_c := 0.4022594425
Phi_cg := 23.04844808
5.674960069
4.779121258
> PxTest:=rov*giv*((H-H1)/2.0)*(H-H1)*b; PyTest:=int(rov*giv*(9.0-
((x^2.0)/4.0))*b,x=4.0..6.0); PTest:=sqrt(PxTest^2.0+PyTest^2.0);
PhiTest:=arctan(PyTest/PxTest); PhiTestg:=(180.0/3.1415)*PhiTest;
PxTest := 1.226250000 105
PyTest := 52320.
PTest := 1.333201898 105
PhiTest := 0.4032814817
PhiTestg := 23.10700834
> ER_Px:=((PxTest-Sx)*100)/(PxTest); ER_Py:=((PyTest-
Sy)*100)/(PyTest); ER_P:=((PTest-P)*100)/(PTest); ER_Phi:=((Phi_cg-
PhiTestg)*100)/(PhiTestg);
ER_Px := -1.034262834
ER_Py := -0.7483114679
ER_P := -0.9902767930
ER_Phi := -0.2534307304

```

В останній задачі наведену послідовність команд алгоритму K123 (табл. 1), практично без змін, використано для розрахунку тиску на плоску поверхню. Приклад і тестову відповідь наведено із вищезначеного збірника задач [3, задача №31, стор. 54]. В задачнику представлено стандартний графоаналітичний розрахунок з використанням «вірвовочного трикутника» в ручному виконанні. Ці методи, безпосередньо, не дозволяють реалізувати їх в комп'ютерному розрахунку. Універсальний алгоритм K123 розроблено із урахуванням особливостей сучасних систем комп'ютерної алгебри, для впровадження сучасних методів і в навчальному процесі, і для інженерного розрахунку задач будь-якої складності.

Задача № 6

На рис.10, а зображено частина греблі Chatrain [3]. Дано:

$AB = 10,5$ м, $BC = CD = DE_1 = 10$ м, $E_1F_1 = F_1G_1 = 5$ м, $EE_1 = 0,5$ м, $FF_1 = 1,25$ м, $GG_1 = 3$ м. Визначити величину, напрямок повного тиску на греблю і глибину занурення центра тиску. Розрахунки провести на один метр ширини греблі $b = 1$ м.

Загальноприйняті стандартні схеми розрахунку передбачають визначення сили тиску на окремі ділянки. Таких ділянок чотири: AD плоска вертикальна і три плоскі з різними кутами нахилу відносно вертикалі - DE , EF , FG .

Отриману систему не паралельних сил, які лежать в одній площині (рис.8, а), можна розкласти на горизонтальні і вертикальні ортогональні складові (рис.8, в, г). Отримані дві системи паралельних сил через визначені координати відповідних центрів тиску (рис.8, д) можна звести до сумарної рівнодіючої сили тиску.

Якщо відтворити дії, які послідовно зображено на рис. 8, а, в, г, д. – ми отримаємо алгоритм K123 для криволінійної поверхні, який було представлено для першої і другої задач. Спочатку вся поверхня розбивається на паралельні шари (точки $A, B, C, D \dots$, рис.8, а). Загальна кількість шарів може обиратись від 100 до 1000 шт. – це підвищує точність розрахунку.

Визначаємо функціональну залежність зміни координат вздовж перерізу поверхні. На даному прикладі ми маємо рівняння вертикальної прямої AD і прямих під кутом DE , EF , FG . Рівняння прямих можна записати через дві відомі координати вершин.

Наприклад, візьмемо ділянку плоскої поверхні DE . Розміщуємо початок локальної системи координат в точці $E(x; z)$ - початок точка $E(0; 0)$ (рис.8.б). Довжини EE' DE' дано за умовою задачі, тоді відповідні координати другої точки $D(x; z)$ - $D(0,5; 10)$. Рівняння лінії DE для визначення залежності змінної величини x від фіксованих значень z має вигляд $x = D(x) - (D(z) - z) / (D(z) - E(z))$. Висота стовпчика вода для даного шара поверхні $H = h_4 = D(y) - E(y)$. Загальна висота над точкою E , за вихідними даними, складає $H + H_i = h_4 + h_3 + h_2 + h_1$).

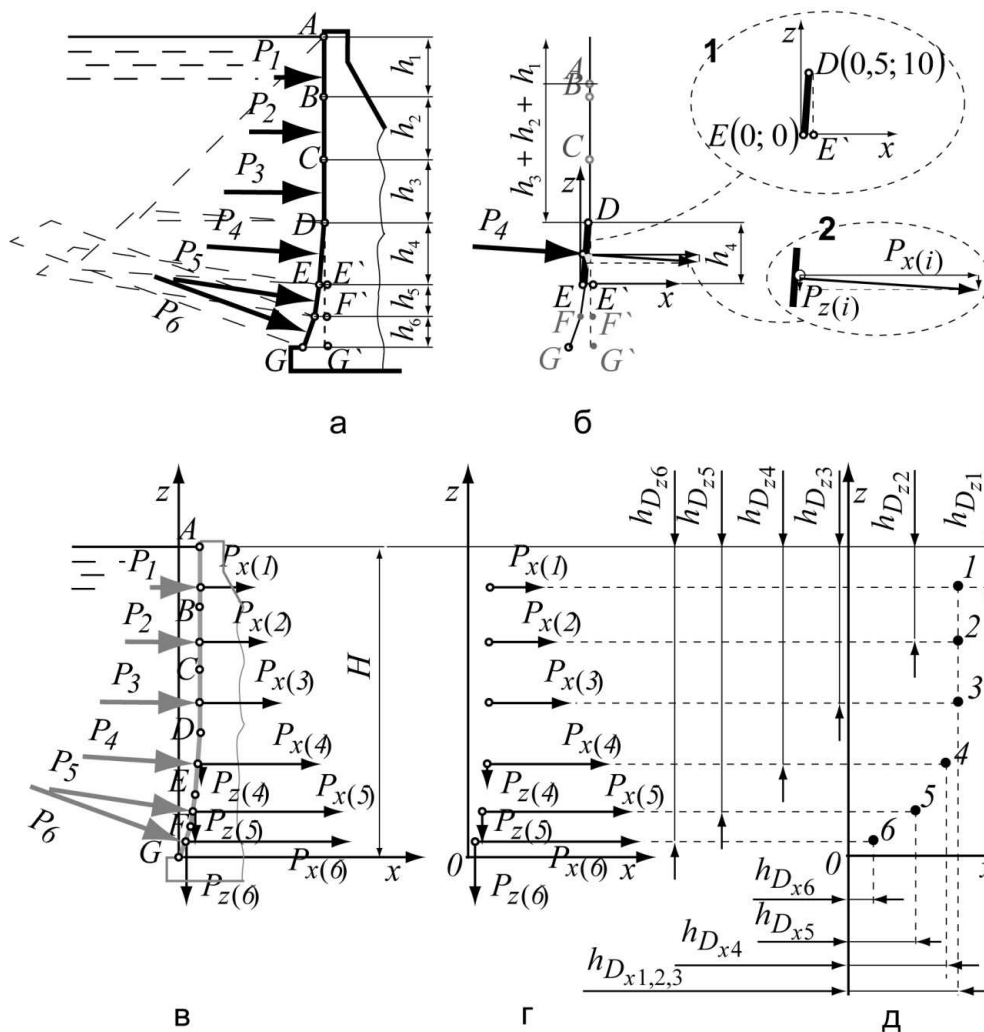


Рис. 8. Визначення параметрів вектора сили тиску на елемент поверхні: сила тиску, кут дії (а); вертикальна і горизонтальна складові вектора сили тиску (б, в, г); відстані центрів тиску до осі z і до вільної поверхні рідини (д)

Номери пунктів і команди, які треба замінити в табл. 1 для розв'язання нової задачі - представлено в табл. 3.

Таблиця №3

Формула	Примітка
$z(0) = 10; x(0) = 0,5$	Початкові координати точки A (точка $D(0,5;10)$, рис.4.б)
$n = 50; \Delta z = (H)/n$	Прийнята загальна кількість шарів поверхні n , крок зміни рівня води Δz на i -й ітерації (рис. 3.б)
$z(i) = H + Hi - \Delta z \cdot i;$ $x(i) = D(x) - (D(z) - z(i))/(D(z) - E(z))$	Координати точки B для i -ї ітерації (точка $E(0;0)$, рис.4.б)

Результати розрахунку ділянки DE задачі №6 в системі комп'ютерної алгебри Maple мають такий вигляд: $P_x = 3.483668595 \cdot 10^6$;
 $P_z = 1.714024663 \cdot 10^5$; $P = 3.487882694 \cdot 10^6$; $hDx_c := 5.234675447$;
 $hDy_c := 0.2382662276$; $Phi_c := 0.04916206904$; $Phi_c := 2.816862144$.

Тестовий розрахунок за стандартними формулами дає відповідь:
 $P := 3.486900471 \cdot 10^6$.

Похибка чисельного розрахунку складає 0,2 %, і задовольняє загальноприйнятій точності для інженерних розрахунків.

Програма розрахунку ділянки "ДЕ" в системі Maple

```
> #=====DE=====
> restart;
> b:=1.0; rov:=1000.0; giv:=9.81; n:=10000; B1x:=0.5; B1y:=0.0;
Vx:=0.0; Vy:=0.0; Ax:=0.5; Ay:=10.0; x(0):=Ax; y(0):=Ay; Hi:=30.5;
> X:=y->B1x-((Ay-y)*(B1x-Bx))/(Ay-B1y);
X:=y->B1x -  $\frac{(Ay - y) (B1x - Bx)}{Ay - B1y}$ 
> H:=Ay-By; dh:=H/n;
H:= 10.0
dh := 0.001000000000
> x(0):=B1x; y(0):=Ay;
x(0) := 0.5
y(0) := 10.0
> for i from 1 by 1 to n do y(i):=H-dh*i; x(i):=X(y(i)); AB(i):=sqrt((x(i-1)-
x(i))^2.0+(y(i)-y(i-1))^2.0); S(i):=AB(i)*b; P(i):=rov*giv*(H-y(i)+Hi)*S(i);
Bet(i):=arctan((y(i-1)-y(i))/(x(i-1)-x(i))); Betg(i):=(180.0/3.1415)*Bet(i);
Betc(i):=(3.14/2.0)-Bet(i); Betcg(i):=(180.0/3.1415)*Betc(i);
Px(i):=P(i)*cos(Betc(i)); Py(i):=P(i)*sin(Betc(i)); mPx(i):=Px(i)*(H-(y(i-
1)+y(i))/2.0); mPy(i):=Py(i)*((x(i-1)+x(i))/2.0); end do:
> Sx:=0.0; Sy:=0.0; mSx:=0.0; mSy:=0.0;
Sx := 0.
Sy := 0.
mSx := 0.
mSy := 0.
> for i from 1 by 1 to n do Sx:=Sx+Px(i); Sy:=Sy+Py(i); end do:
PDE:=sqrt(Sx^2.0+Sy^2.0); for i from 1 by 1 to n do
```

```

mSx:=mSx+mPx(i); mSy:=mSy+mPy(i); end do:
PDE := 3.486949581 106
> Sx; Sy; P; hDx_cDE:=mSx/Sx; hDy_cDE:=mSy/Sy;
Phi_c:=arctan(Sy/Sx); PDEz:=PDE*sin(Phi_c);
PDEx:=PDE*cos(Phi_c); Phi_c:=(180.0/3.1415)*Phi_c;
> # Test counting
3.482736610 106
1.713566109 105
P
hDx_cDE := 5.234738472
hDy_cDE := 0.2382630732
Phi_c := 0.04916206900
PDEz := 1.713566109 105
PDEx := 3.482736610 106
Phi_c := 2.816862142
> AB:=sqrt((B1x-Bx)^2+(Ay-By)^2); S:=AB*b; P:=rov*giv*((Ay-
B1y)/2.0+Hi)*S;
AB := 10.01249220
S := 10.01249220
P := 3.486900471 106

```

Для задачі № 6, задаючи координати початку і кінця унікальних складових елементів греблі, ми послідовно використовуємо однаковий код програми. У такий спосіб розраховуємо та зберігаємо в масиві всі характеристики векторів елементарних сил тиску: $P_x(i)$, $P_z(i)$, $h_{D_x}(i)$, $h_{D_z}(i)$. На заключному етапі універсальний алгоритм K123 дозволяє об'єднати результати окремих розрахунків і визначити всі характеристики вектора рівнодіючої сили тиску на всю змочену поверхню греблі: P , h_{D_x} , h_{D_z} , $\angle\varphi$.

Оцінка точності розрахунків

Точність розрахунку за алгоритмом K123 чисельними методами залежить від величини кількості ітерацій. Верхню оцінку відносної помилки розрахунків основних параметрів рівнодіючої сили гідростатичного тиску для різних типів задач представлено на рисунку 9.

Рекомендована мінімальна кількість ітерацій (прийнята кількість шарів поверхні) складає 25-30 штук, що відповідає 5-ти % рівню припустимої помилки для загально технічних розрахунків. Невеликі об'єми даних зручно

обробляти в звичайних електронних таблицях.

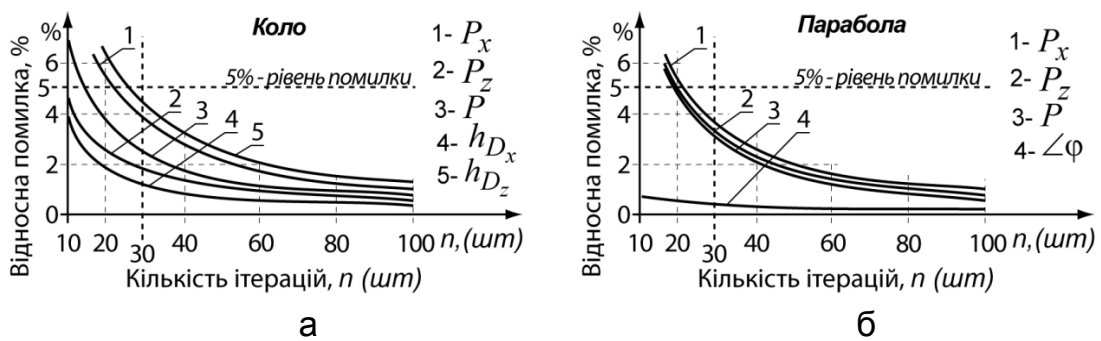


Рис.9. Верхня оцінка відносної помилки залежно від кількості ітерацій для різних типів задач: утворююча поверхні коло а); утворююча поверхні парабола (б)

В системі комп'ютерної алгебри Maple визначено рівень нижньої оцінки похибки чисельних розрахунків. Кількість шарів збільшено до 10000 шт. Загальний час обчислення зростає до 4,11 с. для параболічної поверхні та 5,67 с – розрахунок кола. Оцінка відносної похибки розрахунків не перевищує 0,1%.

ЗАВДАННЯ

Задача № 1

Прямокутний посуд заповнено водою (рис. 1, а) на висоту H . Тиск на вільну поверхню рідини p_M . Ширина бокової сторони резервуара b (рис. 1, а-е). Визначити величину сумарної сили тиску води P на бокову поверхню резервуара і глибину занурення центра тиску - h_D (рис. 1, в).

Таблиця 4

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$H, \text{ м}$	6,1	7,2	8,4	2,7	3,5	7,9	3,8	4,3	2,8	6,7	8,8	1,7	5,4	7,3	9,1	3,7	2,5	9,7	5,2	6,4
$b, \text{ м}$	5,8	2,7	7,9	4,3	3,7	1,7	6,7	9,7	9,1	2,5	5,2	2,8	8,8	6,4	4,3	5,4	3,8	7,9	3,5	7,3
$p_M, \text{ Па}$	6,7	8,8	1,7	5,4	7,3	9,1	3,7	2,5	9,7	5,2	6,1	7,2	8,4	2,7	3,5	7,9	3,8	4,3	2,8	6,7

Задача № 2

Плоска трикутна кришка (рис. 2, а) висотою H закриває отвір. Тиск на вільну поверхню рідини p_M . Довжина бокової грані рівносторонньої трикутної кришки b (рис. 2., а-е). Визначити величину сумарної сили тиску води P на кришку і глибину занурення центра тиску - h_D (рис. 2, в).

Таблиця 5

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$H, \text{ м}$	1,7	6,7	9,7	9,1	2,5	5,2	2,8	8,8	1,7	6,7	6,1	7,2	8,4	2,7	3,5	7,9	3,8	4,3	2,8	6,1
$p_M, \text{ Па}$	6,7	9,7	9,1	2,5	5,2	2,8	8,8	6,4	6,7	9,7	9,1	9,7	9,1	2,5	5,2	2,8	8,8	6,4	4,3	9,7

Задача № 3

В циліндричному резервуарі радіуса r боковий отвір перекрито трикутною кришкою AOB (рис. 4, а). Вертикальна проекція кришки має форму рівностороннього трикутника з стороною b . Тиск на вільну поверхню рідини p_M . Розрахувати сумарну силу тиску P води густиною $\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ і центр тиску h_D на фронтальну і бокову проекцію кришки.

Таблиця 6

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$b, \text{ м}$	8,8	1,7	5,4	7,3	9,1	3,7	2,5	9,7	5,2	6,4	6,1	7,2	8,4	2,7	3,5	7,9	3,8	4,3	2,8	6,7
$p_M, \text{ Па}$	6,7	8,8	1,7	5,4	7,3	9,1	3,7	2,5	9,7	5,2	6,1	7,2	8,4	2,7	3,5	7,9	3,8	4,3	2,8	6,7

Задача № 4

За основу візьмемо криволінійну поверхню з поперечним профілем «чверть кола», заданим радіусом R і шириною b . Приклад перерізу такої поверхні представлено на рис.: 5, г,д,е та 6, а,б. Визначити величину сумарної сили тиску води P на бокову поверхню і глибину занурення центра гідростатичного тиску - h_D . Другий варіант умови задачі – висота стовпчика води $H = R/2$ і манометричний тиск на вільну поверхню рідини дорівнює p_M .

Таблиця 7

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$R, \text{ м}$	6,1	7,2	8,4	2,7	3,5	7,9	3,8	4,3	2,8	6,7	8,8	1,7	5,4	7,3	9,1	3,7	2,5	9,7	5,2	6,4
$b, \text{ м}$	5,8	2,7	7,9	4,3	3,7	1,7	6,7	9,7	9,1	2,5	5,2	2,8	8,8	6,4	4,3	5,4	3,8	7,9	3,5	7,3
$p_M, \text{ Па}$	6,7	8,8	1,7	5,4	7,3	9,1	3,7	2,5	9,7	5,2	6,1	7,2	8,4	2,7	3,5	7,9	3,8	4,3	2,8	6,7

Задача № 5

Визначити величину і напрямок повного тиску на греблю, змочена поверхня якої обмежена по параболі; рівняння параболі відносно осей xOz : $x^2 = mz$. Вершина параболі лежить на H нижче горизонту води; дно лежить на H_1 над вершиною параболі [3]. Розрахунки провести на один метр ширини греблі $b = 1 \text{ м}$ (рис. 7).

Таблиця 8

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$H, \text{ м}$	6,1	7,2	8,4	2,7	3,5	7,9	3,8	4,3	7,8	6,7	8,8	4,7	5,4	7,3	9,1	3,7	2,5	9,7	5,2	6,4
$H_1, \text{ м}$	1,8	2,7	1,9	1,3	2,7	1,7	0,7	1,7	0,5	2,5	1,2	2,8	1,8	1,4	1,3	1,1	0,8	0,9	0,5	0,3
m	6,7	8,8	1,7	5,4	7,3	9,1	3,7	2,5	9,7	5,2	6,1	7,2	8,4	2,7	3,5	7,9	3,8	4,3	2,8	6,7

Задача № 6

На рис.10, а зображено частина греблі Chatrain [3]. Дано: $AB = 10,5 \text{ м}$, $BC = CD = DE_1 = 10 \text{ м}$, $E_1F_1 = F_1G_1 = 5 \text{ м}$, $EE_1 = 0,5 \text{ м}$, $FF_1 = 1,25 \text{ м}$, $GG_1 = 3 \text{ м}$. Визначити величину, напрямок повного тиску на греблю і глибину занурення центру тиску. Розрахунки провести на один метр ширини греблі $b = 1 \text{ м}$. Для порівняння – стандартне рішення та відповідь наведено в задачнику [3].

Список літератури

1. *Константинов Ю.М.* Технічна механіка рідини і газу: підручник / Ю.М. Константинов, О.О. Гіжа. – К.: Вища шк., 2002. – 277 с.
2. *Смислов В.В.* Гідравліка і аеродинаміка / В.В. Смислов. - К.: Вища шк., 1971. – 336 с.
3. Горчин Н.К. *Гидравлика в задачах / Н.К. Горчин, М.Д. Чертоусов.* - Ленинград. "Кубуч", 1927. – 430 с.
4. *Сборник задач по гидравлике / В.А. Большаков, Ю.М. Константинов, В.Н. Попов и др.* – [4-е изд.] - К.: Вища шк., Головное изд-во, 1979. – 343 с.
5. *Поляков В.Л.* Технічна механіка рідини і газу: навчальний посібник / В.Л. Поляков. – К.: КНУБА, 2009. – 172 с.
6. *Копаниця Ю.Д.* Комп'ютерний розрахунок сили тиску. Універсальний алгоритм трьох команд – К123. // Наук.-техн. зб. "Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки". – К.: КНУБА, Вип.18. 2012. – С.148–163.
7. *Дьяконов В.П.* Mathematica 5.1/5.2/6. в математических и научно-технических расчётах. Издание второе, переработанное и дополненное. – М.: СОЛОН ПРЕСС, 2008. – 744 с.
8. *Математические приёмы решения задач гидравлики (технической гидромеханики): учебное пособие / В.А. Большаков, Т.П. Клещевникова.* – К.: КАДИ, 1980. – 116 с.
9. *Компьютерная математика с Maxima: Руководство для школьников и студентов / Е.А. Чичкарёв.* – М.: ALT Linux, 2009. – 233 с.
10. *Голоскоков Д.П.* Уравнения математической физики. Решение задач в системе Maple. Учебник для вузов. – СПб.: Питер, 2004. – 539 с.
11. *Матросов А.В.* Maple 6. Решение задач высшей математики и механики. – СПб.: БХВ-Петербург, 2001. – 528 с.
12. *Аладьев В.З.* Системы компьютерной алгебры: Maple: Искусство программирования / В.З. Аладьев. – Москва: Лаборатория Базовых Знаний, 2006. – 792 с.
13. *Сборник задач по машиностроительной гидравлике / под редакцией И.И. Куколевского и Л.Г. Подвидза.* – М.: МГТУ им. Баумана, 2009. – 480 с.

Навчально-методичне видання

**ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА РІДИНИ І ГАЗУ.
ГІДРОСТАТИКА. УНІВЕРСАЛЬНИЙ МЕТОД РОЗРАХУНКУ
ГІДРОСТАТИЧНОГО ТИСКУ НА ПОВЕРХНІ
ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ КОМП'ЮТЕРНИХ ПРОГРАМ**

Методичні вказівки
до виконання індивідуальної роботи для студентів напряму підготовки
6.060101 «Будівництво» спеціальний вид діяльності
«Водопостачання і водовідведення»

Укладач: **Копаниця** Юрій Дмитрович

Комп'ютерне верстання *А.П. Морозюк*

Підписано до друку 2012. Формат 60x84
Ум. друк. арк. 1,86. Обл.-вид. арк. 2,0,
Тираж 50 прим. Вид. № 47/III-12 Зам. №

КНУБА, Повітрофлотський проспект, 31, Київ, Україна, 03680

E-mai: red_isdat@ua.fm

Видруковано в редакційно-видавничому відділі
Київського національного університету будівництва і архітектури

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів видавничої справи
ДК № 808 від 13.02.2002р.